Приложение к журналу

КВАНТ

№4/98

ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ И КОСМИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Бюро Квантум

ПРИЛОЖЕНИЕ
к журналу КВАНТ №4/1998

ОЛИМПИАДЫ ПО АСТРОНОМИИ И КОСМИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Составитель М.Г.Гаврилов

Москва 1998
Бюро «Квантум»

УДК [52+52:53](076.2)
ББК 22.6 + 22.63
О54

Приложение
к журналу «Квант»
№4/98

Под редакцией В.Г.Сурдина

О54 **Олимпиады по астрономии и космической физике**/ Составитель М.Г.Гаврилов. — М.: Бюро Квантум, 1998. — 128 с. (Прил. к журналу «Квант» №4/98)
ISBN 5-85843-012-0

Книга представляет собой сборник задач, предлагавшихся на астрономических олимпиадах различного уровня. Большинство задач снабжены достаточно полными решениями и обширными комментариями.

Характер и содержание задач направлены на выявление наиболее талантливых ребят, увлекающихся астрономией и космическими аспектами физики, на повышение интереса молодежи к современным проблемам развития мировой астрономической науки.

Книга адресована учащимся и преподавателям средних школ, лицеев и гимназий, членам астрономических кружков, участникам олимпиад, а также всем, кто любит интересные и красивые задачи.

ББК 22.6 + 22.63

ISBN 5-85843-012-0

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Наука о Вселенной проделала большой путь с тех пор, как люди впервые стали размышлять о тайнах Неба. На протяжении столетий человечество изучало звездное небо лишь своими глазами. Но стремление к познанию и осознанию мира было настолько велико, что человек всеми способами стремился восполнить ограниченность своих физических возможностей. Век от века совершенствовались техника и методы наблюдений, а для объяснения явлений все больше использовался математический аппарат. Каждое новое техническое достижение неминуемо приводило к новым астрономическим открытиям. Применение телескопов сильно увеличило точность измерения положений звезд и планет и позволило разработать основы теории движения небесных тел; с изобретением фотографии и открытием спектрального анализа фактически началась астрофизика, основанная на тщательном измерении не только общего потока излучения небесных объектов, но и его распределения по длинам волн. Сейчас, в конце XX века, появилось множество новейших путей изучения Вселенной. И даже те, кто далек от астрономии, хотят не только любоваться звездным небом, но и понять смысл этой удивительной картины.

Астрономия в мире переживает настоящий бум. За последние годы в астрономии сделано несколько основополагающих открытий. Например – экспериментальное открытие планет у ряда ближайших звезд или обнаружение колец у всех планет-гигантов, подобных тем, которые раньше были известны лишь у Сатурна. Отметим, что существовавшее с 1930 года классическое представление о Солнечной системе: «Солнце, девять планет и пояс астероидов между Марсом и Юпитером» устарело – в 1992 году за орбитой Нептуна открыт второй пояс астероидов, названный «поясом Койпера». Серьезно обсуждается вопрос: а не постигнет ли Плутон судьба Цереры? Ведь он может стать лишь одним – хотя и первым и, видимо, самым крупным – из небесных тел пояса Койпера.

Сегодня астрономические открытия совершаются с помощью самых сложных приборов и новейших методов регистрации и обработки данных. Достаточно сказать, что за последние 6 лет XX века в строй вступают около десяти телескопов с диаметром зеркала

8,2 м и более. Но бывают и счастливые исключения. Так, в 1997 году первое обнаружение новой малой планеты на территории России в ее современных границах было сделано астрономом-любителем (Т.Крячко, Казанская астрономическая станция КГУ).

Эта книга представляет собой сборник олимпиадных задач по астрономии и космической физике, в которых рассматриваются в основном физико-математические аспекты астрономии. Условия большинства задач ранее уже публиковались в журнале «Квант» (а также в других изданиях). Однако здесь мы посчитали необходимым дать достаточно подробные решения большинства задач. Порой они сопровождаются обширными комментариями и замечаниями, которые могут быть хорошим дополнением к классическим учебникам по астрономии. Большинство олимпиадных задач – авторские, хотя есть и стандартные, немного переформулированные.

Задачи для олимпиад, вошедшие в этот сборник, предложили: М.Г.Гаврилов (1–79, 82, 83, 86, 98, 103, 106, 111, 115, 119, 163, 167, 172–174, 176, 177, 186, 188–191, 194, 195, 198), В.Г.Сурдин (77, 101, 102, 104, 105, 107, 113, 129, 132–158, 160, 161, 165, 166), А.В.Засов (109, 110, 112, 114, 116–121, 123–128, 130, 131, 168–170, 175, 179, 181, 182, 184, 187, 192, 198), В.В.Иванов (85, 87, 88, 91, 92, 95), А.В.Кривов (84, 89, 90, 94, 96), В.В.Чичмарь (162–164, 171, 183, 199, 200), В.В.Порфирьев (120, 178, 180, 193, 197), А.С.Расторгуев (191, 196), Б.Б.Эскин (81, 93, 98, 99), Л.В.Жуков (80). Некоторые задачи, как видно из списка, придуманы в соавторстве. Подробные решения задач написаны в основном М.Г.Гавриловым.

Все ваши замечания и предложения по материалам этого сборника, а также интересные задачи, условия которых вы хотели бы видеть в олимпиадах следующих лет, просим сообщать по электронной почте:

gavrilov@issp.ac.ru

или почтовому адресу:

142432 п.Черноголовка Московской обл., Институтский просп., 15, ИФТТ РАН, Гаврилову М.Г.

Информация (на русском и английском языках) о Российских и Международных астрономических олимпиадах, включая подробности о возможности участия, размещена в Интернете на WWW Подмосковного филиала МГУ:

http://www.issp.ac.ru/univer/

В интернете также можно найти информацию о Международных олимпиадах по другим предметам:

http://olympiads.win.tue.nl/

ИЗ ИСТОРИИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ ОЛИМПИАД

Астрономические олимпиады школьников начали проводиться в нашей стране довольно давно. Так, известно, что еще в XIX веке подобные олимпиады организовывало Астрономическое общество Российской Империи (к сожалению, подробности об этом до нас не дошли).

Как правило, проведение естественно-научных олимпиад для школьников преследует ясную цель: стимулировать их интерес к науке, выявить наиболее талантливых и подготовленных ребят, привлечь их к активной творческой деятельности. Астрономия не является исключением. Сейчас в нашей стране около 2000 профессиональных астрономов и около 40 тысяч любителей астрономии, в основном юных, желающих учиться в университетах. Казалось бы, астрономия по-прежнему остается популярной наукой и за приток новых кадров в нее можно не волноваться. Однако, характерная черта многих любителей астрономии состоит в том, что они увлечены лишь созерцательной стороной науки о звездах и пренебрегают ее физическим содержанием и необходимым для понимания достаточно сложным математическим аппаратом (вот почему иногда истинные фанатики астрономии при поступлении в университеты не выдерживают экзаменов).

Таким образом, перед руководителями астрономических кружков, школьными педагогами и учеными, желающими подготовить себе достойную смену, стоит задача переориентировать любителей астрономии от незадумчивого чтения фантастики и легкой научно-популярной литературы, от простого созерцания небес к углубленному изучению астрономии и физики, к проведению систематических наблюдений. Одним из важнейших средств для этого служат астрономические олимпиады, возбуждающие любознательность, поощряющие талантливых, работоспособных ребят, развивающие в первую очередь естественно-научный, физико-математический подход к проблемам астрономии.

С другой стороны, есть немало школьников, хорошо решающих теоретические задачи по астрономии и только поэтому считающих себя корифеями. Но нельзя быть астрономом, не созерцая небо и звезды. Астрономия – это, в первую очередь, наблюдения. Знание созвездий – азбука астрономии, и оно совершенно необходимо как наблюдателю, так и астроному-специалисту. Звездное небо – великая книга Природы. И только перед теми, кто сумеет ее прочесть, откроются сокровища окружающей нас Вселенной. Вот почему в последние годы на олимпиадах наряду с теоретическим и практическим турами все чаще проводятся и наблюдательные.

Московские астрономические олимпиады

Первая Московская астрономическая олимпиада была проведена в 1947 году усилиями Московского отделения Всесоюзного астрономо-геодезического общества (МОВАГО), астрономического отделения механико-математического факультета МГУ, Московского планетария и Мосгороно. В первом туре приняли участие 32 человека из десяти школ Москвы, ко второму туру было допущено 10 учащихся, из которых 7 были премированы книгами по астрономии, а лучшая школа (425-я мужская средняя школа) была награждена телескопом системы Максутова.

Во второй олимпиаде (1948 г.) участвовало уже 43 ученика из 21 школы. При награждении победителей перед ними выступили с лекциями ведущие московские астрономы тех лет: профессора П.П.Паренаго и Б.А.Воронцов-Вельяминов, известный популяризатор науки Ф.Ю.Зигель.

В последующие годы выступление ученых перед участниками олимпиады стало традицией. Как правило, сейчас это происходит в Государственном астрономическом институте им. П.К.Штернберга (ГАИШ) и завершается экскурсией по институту и обсерватории МГУ.

В тех первых олимпиадах участвовало лишь несколько десятков ребят, но в последующие годы олимпиада стала собирать до 200 учащихся школ и технических училищ Москвы, Московской области и даже гостей из других городов. Сейчас олимпиада проходит в 2 тура, за которыми следует встреча всех участников для разбора задач и награждения победителей.

Если вначале требования к знаниям учащихся не превышали содержания школьного учебника по астрономии, то теперь составители задач ориентируются на реальные знания юных астрономов, которые значительно превышают школьный минимум. Сначала в олимпиаде участвовали только ученики выпускного класса, в котором изучалась астрономия, теперь же олимпиада проходит по трем возрастным категориям: 10–11 классы, 8–9 классы и от 7 класса и младше, причем в младшей группе нередко участвуют ребята из 3–4 классов и показывают очень неплохие результаты. Ясно, что ориентироваться при этом на обычный школьный учебник уже невозможно.

В отличие от большинства других олимпиад, у Московской астрономической никогда не было одного «хозяина»: она – дитя московских астрономов из различных учреждений столицы. Но все же основной базой для нее служит МГУ – его сотрудники и аудитории. Последние три десятилетия организацией олимпиады в основном занимались астрономы ГАИШа, Московского государственного педагогического университета, Московского городского дворца творчества детей и юношества на Ленинских горах. Им помогали Московский планетарий (сейчас, к сожалению, уже долгое время неработающий), МОВАГО, Астрономическое общество.

В 1995 году вышла книга В.Г.Сурдина «Астрономические олимпиады» (М.: Учебно-научный центр довузовского образования МГУ), в которой собраны, главным образом, задачи Московских олимпиад (к сожалению, не все эти задачи сохранились). Некоторые информационные и справочные материалы сборника (с разрешения автора) использованы и в данной книге.

Олимпиады ННЦ

В течение многих лет, хотя и не очень регулярно, под Москвой в Научном центре «Черноголовка» Российской академии наук (ранее – Ногинский научный центр (ННЦ)) проводится олимпиада школьников 8–11 классов по физике, астрономии и математике. Эта олимпиада не является составной частью какой-либо системы олимпиад, и в ней может принять участие любой школьник.

Большинство участников различных олимпиад связывают свое будущее с наукой, поэтому хотят уже в школьном возрасте как можно больше узнать о ее прелестях и проблемах. Главная идея олимпиады ННЦ состоит как раз в том, чтобы максимально приблизить условия ее проведения к настоящей работе научного сотрудника. Конечно, это достаточно трудно, но все-таки во многом олимпиада ННЦ оказывается гораздо ближе к реальности, чем многие другие олимпиады. Кроме того, эта олимпиада обычно проводится осенью, в олимпиадное «межсезонье», и не пересекается по срокам с другими олимпиадами.

Задачи олимпиады ННЦ, как правило, довольно сложные, но участники олимпиады могут пользоваться любыми справочниками. Для решения физических и математических задач не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы, а вот задачи по астрономии рассчитаны на уровень немного выше школьного (в целом сложность задач примерно соответствует уровню республиканских олимпиад). Одна (иногда две) задача по физике для 10 и 11 классов традиционно предлагается на английском (немецком или французском – по желанию участника) языке. Естественно, разрешается пользоваться любыми словарями – как в реальной научной работе. Поначалу такая форма нравится далеко не всем школьникам, но после олимпиады почти все высказываются «за». Часто вместо условия задачи участникам предлагается целый рассказ, в котором нужно самим найти все необходимое, а лишнее отбросить (опять-таки, как в реальной научной работе).

Другая важная особенность олимпиады ННЦ – существенно больший процент задач оценочного характера, в которых целью решения должны быть не числа и не формулы, а понимание явления. Ведь решение именно оценочных задач развивает у школьников умение делать простые оценки, т.е. быстро и без громоздких вычислений получать правильное представление о разнообразных явлениях и объектах. Здесь следует отметить, что в 1997 году в Санкт-Петербурге вышла книга В.В.Иванова, А.В.Кривова и П.А.Денисенкова «Парадоксальная Вселенная» (С.-П.: Издательство Петербургского университета), в которой собраны 175 задач по астрономии, по духу очень близких к задачам олимпиады ННЦ.

Еще одна отличительная черта олимпиады ННЦ – так называемый творческий тур. На нем школьнику дается лишь общее направление исследования, некоторые исходные данные. Участник должен сам уточнить постановку задачи, придумать и обосновать модель, показать возможность пренебрежения какими-либо эффектами или оценить их влияние. Конечно, это дополнительная нагрузка для жюри – работы творческого тура гораздо труднее оценивать, сложнее выявлять победителей. Но в олимпиаде ННЦ в гораздо большей степени важно участие, а не победа, тем более что победители практически не получают никаких льгот.

В 70-е – 80-е годы в олимпиаде ННЦ участвовали, главным образом, лишь школьники Черноголовки и соседних городов (включая Москву). Затем круг участников существенно расширился. В ряде мест – Республика Карелия, города Новгород и Старый Оскол – для формирования команд-участников олимпиады стали проводиться предварительные соревнования, а команды Москвы и Риги были сформированы из победителей городских астрономических олимпиад. Так, в 1990 году своих ребят на олимпиаду направили 12 областей Центральной России и Латвия, а в качестве наблюдателя присутствовал также представитель Украины. Всего в этой олимпиаде приняли участие около 90 школьников. В 1991 году олимпиада ННЦ стала фактически международной – в ней участвовали более 120 школьников трех государств: России, Латвии и Эстонии. Российские школьники приехали из более чем 20 областей Центральной и Северной России, Латвию представляли 9 человек из Риги, а Эстонию – 6 учеников из Таллинна и Нарвы.

К сожалению, организовывать олимпиады становилось все сложнее, и после 1991 года олимпиады ННЦ столь широкого масштаба долгое время не проводились. Но, может быть, это сыграло и положительную роль, дав повод ее оргкомитету всерьез задуматься об организации Российской, а позже и Международной астрономических олимпиад. И результат этих раздумий оказался весьма плодотворным.

Олимпиада ННЦ возобновила свою деятельность лишь в феврале 1998 года, когда под эгидой Администрации Черноголовки, Департамента Московской области по образованию и Подмосковного филиала МГУ была проведена совместная Московская областная олимпиада – Олимпиада ННЦ, в которой приняли участие школьники из 23 городов России, в том числе из 17 городов Подмосковья.

Подготовка Российской олимпиады

До 90-х годов не существовало единой Российской, Всесоюзной или Международной астрономической олимпиады, подобной тем, что уже проводились по физике, математике, химии и некоторым другим предметам. Но необходимость этого уже чувствовалась.

С конца 80-х годов начался регулярный обмен командами школьников между несколькими центрами астрономического олимпиадного движения: на Московскую олимпиаду стали регулярно приезжать команды из Черноголовки и Риги, в Черноголовку – из Москвы, Риги, Новгорода и Таллинна, в Ригу – из Вильнюса и Черноголовки. В 1992 году решено было провести объединительную олимпиаду, но политические события отодвинули реализацию этой идеи, заодно прекратив и упомянутый обмен командами.

Лишь к концу 1993 года (и только в России) удалось подготовить Учредительный договор, в котором, в частности, говорилось:

«Олимпиада учреждается в соответствии с духом Олимпийского движения и в продолжение традиций организации и проведения олимпиад Астрономического общества Российской Империи (XIX в.), Московских олимпиад по астрономии, Российских, Союзных, Польских и Международных олимпиад по физике, олимпиад Ногинского научного центра РАН по точным и естественным наукам. Олимпиада проводится ежегодно, с 1993/94 учебного года, в несколько этапов: начиная с олимпиад школ, лицеев, гимназий, дворцов творчества, планетариев и т.п. и кончая заключительным этапом; каждый этап может проводиться в один или несколько туров.

I этап – олимпиады школ, техникумов, дворцов творчества, кружков, планетариев... Рекомендуется, чтобы они носили, главным образом, тренировочный, подготовительный характер.

II этап – районные, городские олимпиады. В случае ограниченных возможностей или нецелесообразности II этап может не проводиться.

III этап – олимпиады краев, областей, республик, Москвы, Санкт-Петербурга, других крупных городов... Победители III этапа включаются в команды для участия в следующем этапе олимпиады.

Олимпиады первых трех этапов должны быть открытыми, т.е. в них могут принимать участие все желающие школьники.

IV этап – региональные или зональные олимпиады, в которых принимают участие победители III этапа из определенного географического региона (части территории России). Из победителей IV этапа формируется команда региона (территории) для участия в заключительном (общероссийском) этапе олимпиады. В случае нецелесообразности IV этап может не проводиться. Если IV этап не проводится, то победители III этапа принимают участие непосредственно в заключительном этапе олимпиады.

Рекомендуется один тур III и IV этапов во всех территориях проводить по единым условиям, подготавливаемым Центральным оргкомитетом.

В рамках Российской астрономической олимпиады возможно проведение заочных конкурсов-олимпиад, а также открытых олимпиад организаций-учредителей, которые приравниваются к олимпиадам III или IV этапа.

Центральный оргкомитет формирует жюри Российской астрономической олимпиады на период проведения заключительного этапа. Для работы в жюри могут привлекаться члены совета Центрального оргкомитета по составлению олимпиадных задач, научная и педагогическая общественность города-организатора заключительного этапа и, по возможности, ученые, преподаватели и любители астрономии из различных регионов страны.

Заключительный (общероссийский) этап олимпиады проводится в одном из городов или научных центров страны. Возможно проведение заключительного этапа за пределами Российской Федерации.

В заключительном этапе олимпиады принимают участие команды, составленные из победителей региональных соревнований, открытых олимпиад организаций-учредителей (включая заочные), а также приглашенные Центральным оргкомитетом команды из-за пределов Российской Федерации.

По результатам заключительного этапа может формироваться команда Российской Федерации для участия в Международных олимпиадах и конкурсах.»

Первая Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике

Итак, после долгого подготовительного периода в 1993/94 учебном году состоялась I Российская олимпиада школьников по астрономии и космической физике. С инициативой провести эту олимпиаду у себя выступил город Ярославль. Учредителями этой олимпиады стали Астрономическое общество, Ногинский научный центр РАН, Государственный астрономический институт им. П.К.Штернберга, Министерство образования РФ, Московский научно-технический центр «Космофлот», Московский городской дворец творчества детей и юношества и Ярославский городской научно-педагогический центр. Таким образом, астрономия стала восьмым предметом в единой системе общероссийских олимпиад (вместе с математикой, физикой, химией, биологией, информатикой, географией и экологией).

К сожалению, многие края, области, республики не успели провести свои региональные олимпиады и направить команды на заключительный этап, который прошел с 16 по 20 мая в Ярославле. В этот старинный русский город, известный своими давними астрономическими традициями, съехалось более шестидесяти участников – школьников 7–11 классов из тринадцати регионов России. В Ярославском планетарии – прямо под звездами – состоялось открытие олимпиады, на следующий день – теоретический тур, затем – творческий. Хотя творческие туры неоднократно проводились на олимпиадах Ногинского научного центра, для Российских предметных олимпиад это – нововведение. И нововведение оказалось весьма хорошим. Участникам нужно было решить одну задачу, которая давалась в достаточно общей формулировке. При этом школьникам 8–9 классов было предложено решить на выбор одну из двух задач; если решались обе задачи, то учитывалась только одно решение, разумеется лучшее.

Уровень задач оказался в целом подходящим для большинства школьников. Но, к сожалению, были и ребята, почти ничего не решившие. После расшифровки работ каждый участник олимпиады смог ознакомиться с тем, как жюри проверило их работы. В ряде случаев после бесед с членами жюри, проверявшими задачи, оценки были немного повышены. На закрытии олимпиады победителям и призерам были вручены дипломы и подарки, а также грамоты и спецпризы.

Очень интересной и плодотворной была и работа руководителей команд – многочисленные встречи между собой, обсуждение многих проблем с членами жюри. Фактически вместе с олимпиадой состоялось и рабочее совещание энтузиастов преподавания астрономии.

Главный приз Российской олимпиады

Но не все призы за победу в олимпиаде были вручены в Ярославле. Победителей-одиннадцатиклассников без экзаменов приняли на астрономические отделения ведущих университетов России, а других победителей пригласили на осеннюю астрономическую школу.

Школа была организована с 15 по 24 ноября 1994 года Специальной астрофизической обсерваторией (САО) РАН совместно с Координационным советом Астрономической олимпиады при финансовом содействии Фонда Сороса, который взял на себя расходы по пребыванию школьников в САО.

В научный поселок Нижний Архыз в Карачаево-Черкессии, где расположена САО, съехались 24 школьника из различных уголков России. К сожалению, нелетная ноябрьская погода не позволила прибыть на школу всем приглашенным.

Программа школы была очень насыщенной: в первой половине каждого дня – лекции по современным проблемам астрономии и астрофизики, во второй – семинары, практические занятия, наблюдения или ознакомительные экскурсии.

В первый же день один из главных организаторов школы Е.Л.Ченцов провел экскурсию по окрестностям обсерватории. Неподалеку от научного поселка расположен историко-культурный заповедник, главной достопримечательностью которого являются древние христианские храмы. Около тысячи лет назад в этих местах обитали аланы – родственники скифов и других народов иранской языковой группы, живших в то время в Причерноморье, – которые одни из первых на территории современной России приняли христианство.

Во второй день школьники посетили крупнейший в мире радиотелескоп РАТАН-600, крупнейший в Евразии оптический телескоп БТА, несколько «маленьких» (по сравнению с БТА) телескопов Zeiss-600, Zeiss-1000 и др. На этих «маленьких» телескопах для участников школы почти на каждый вечер были запланированы наблюдения, однако плохая погода помешала выполнить эту программу – из семи предполагавшихся вечеров наблюдений лишь один оказался безоблачным.

За восемь рабочих дней школы учеными САО, Москвы, Подмосковья и Нижнего Новгорода было прочитано 14 лекций по самым современным проблемам астрономии и астрофизики. Вот их тематика: ранняя вселенная и радиоастрономия; радиоспектроскопия и галактика; радиотелескопы и методы наблюдений; исследование остатков сверхновых; спектроскопия ярчайших звезд; активные ядра галактик; релятивистская астрофизика; солнечная система; specle-интерферометрия; эволюция научных теорий; проблема SETI; двойные звезды; фотометрия звезд в ближайших галактиках; современные методы поляризационных исследований в астрофизике.

Каждый день проводились практические занятия или семинары, на которых можно было ознакомиться с самыми современными методами регистрации и обработки научных данных, в частности – с применением компьютеров в астрономии, с использованием ПЗС-матриц (такое сокращение используется для полупроводниковых приборов с зарядовой связью) и современных спектрометров для регистрации оптических сигналов от космических объектов. Школьники познакомились со звездными атласами неба, в частности – с Паломарским атласом, самым подробным в настоящее время (темой этого занятия было «Путешествие по Млечному Пути с помощью Паломарского атласа»).

Из чисто практических занятий можно назвать такие: наблюдение Солнца на РАТАН-600; знакомство с облучателями и приемной аппаратурой РАТАН-600; фотометрия звезд H_α на снимках МЗЗ; поиск переменных звезд и астероидов с помощью блинк-компаратора; наблюдение планет, звезд, туманностей и галактик с помощью телескопов; фотографирование неба с помощью телескопа-рефрактора; выбор на Луне места для обсерватории.

Не менее насыщенной была программа для взрослых. В рамках школы прошли многочисленные неофициальные встречи членов оргкомитета и руководителей – энтузиастов преподавания астрономии. Состоялось и несколько официальных совещаний. Одно из них было посвящено программе «STAR» – преподаванию различных дисциплин через астрономию.[1] Программа эта появилась в США около пяти лет назад как принципиально новый подход в системе образования. Но, как оказалось, многие учителя в России уже давно используют похожие методики, более того, попутно выяснилось, что методики эти существовали еще в Древнем Египте. Тем не менее, программа «STAR» на общенациональном уровне принята лишь в США, где за последние три года дала поразительно хорошие результаты.

На РАТАН-600 прошла конференция по вопросам преподавания астрономии. Были обсуждены проблемы как общего (школьного), так и дополнительного образования. Единодушным было мнение о том, что преподавание основных разделов астрономии нужно переносить с выпускного класса на среднюю ступень общего образования (5–9 классы), а в старших классах оставить лишь наиболее сложные разделы, требующие соответствующих знаний по физике и математике.

По окончании школы каждому ее участнику был вручен специальный сертификат Специальной астрофизической обсерватории. Но, конечно, не это главное. Большинство школьников впервые познакомились с современными телескопами и настоящими исследованиями ученых. На вопрос анкеты о том, что им больше всего дала прошедшая школа, многие ответили, что главное – это знакомство с тем, как работают астрономы-профессионалы.

---

[1] STAR – Science Teaching through its Astronomical Roots, дословно – изучение наук через их астрономические корни.

Теперь такие школы проводятся ежегодно (примерно по той же программе, что и первая), и поездка в САО по праву считается главным призом для победителей Российских астрономических олимпиад.

Отбор задач для Российской олимпиады

Подготовка к олимпиадам начинается с подбора задач. Научное и методическое руководство этой работой осуществляют российское Астрономическое общество и Центральный (всероссийский) координационный совет олимпиады.

Нужно заметить, что многие любители астрономии регулярно участвуют в олимпиадах всех уровней, и задачи в определенной мере формируют их интересы, влияют на выбор конкретного направления в науке. Многие из участников и, в особенности, из победителей олимпиад становятся профессиональными учеными, причем не только астрономами. Поэтому при разработке комплекта задач (и, естественно, при оценке решений, которые предлагают школьники) нужно стремиться выявлять не только теоретически подготовленных ребят, но также и тех, кто имеет опыт самостоятельных наблюдений. Важно, чтобы участники олимпиады не только читали популярные книжки по астрономии, но и сами наблюдали небо, проводили расчеты. В заданиях олимпиады нередко используются немые карты звездного неба и Луны, задаются вопросы по практическому использованию инструментов, проверяется знание учащимися текущей астрономической ситуации – несколько задач обычно посвящаются непосредственно астрономическим явлениям года (например, в 1997 году – комете Хейла-Боппа и солнечному затмению в Сибири).

Следует отметить принципиальную особенность выбора задач для астрономических олимпиад – они не ориентированы на школьную программу, поскольку большинство любителей астрономии изучает ее не в школе, а дополнительно – в кружках, планетариях и т.п.

Учреждение астрономической олимпиады на общероссийском уровне послужило толчком к проведению олимпиад по астрономии во многих регионах России. Теперь Совет Российской олимпиады, состоящий в основном из профессиональных астрономов и университетских преподавателей астрономии, разрабатывает и по линии Министерства образования направляет в местные органы народного образования комплекты олимпиадных задач по астрономии и космической физике, являющиеся основой для составления текста задач областных и городских олимпиад. Обычно предлагаемый комплект рекомендуется дополнить задачами, разработанными местной предметной методической комиссией. Конечно, при необходимости некоторые задачи предлагаемого комплекта могут быть заменены.

Российские олимпиады 1995—1997 годов

Заключительный этап Российской олимпиады проводится ежегодно весной. В 1995 году он прошел в Рязани, на базе Рязанского государственного педагогического университета, затем – в Калуге, на базе Калужского государственного педагогического университета им. К.Э. Циолковского и в Троицке Московской области, на базе Фонда «Байтик» и Центра новых педагогических технологий.

Число участников олимпиад и регионов, из которых они прибыли, представлено в таблице:

Год	Участники	Регионы
1994	61	13
1995	71	24
1996	63	21
1997	91	28

Как правило, первым проводится теоретический тур олимпиады, на котором школьникам обычно предлагается по 6 негромоздких задач на 4 часа (лишь на второй олимпиаде было предложено по 5 задач, а на их решение отводилось 3,5 часа). Работы внимательно проверяются членами жюри не менее двух раз. Для достижения максимального единообразия критериев проверки одну и ту же задачу у всех участников проверяет один и тот же член жюри (вторую задачу – второй член жюри и т.д.). Кто-то в жюри может быть строже, кто-то мягче, но по каждой задаче критерий один и тот же для всех участников олимпиады. Правильно решенная задача, независимо от способа решения, оценивается в 10 баллов. А вот что касается неполных решений, то учитывается не только процент решения, но и способ: чем меньше действий нужно сделать, чтобы довести до конца предлагаемое решение, тем выше ставится балл, т.е. громоздкие решения не поощряются (ведь порой даже проще начать решать задачу с нуля, чем идти до конца по очень длинному пути).

Все участники могут ознакомиться с оценкой своих работ теоретического тура и побеседовать с членами жюри, проверявшими решения задач. Бывает, некоторые школьники доказывают, что оценку им следует повысить. Если в результате обсуждения школьник и член жюри не приходят к общему мнению, назначается официальная апелляция.

К сожалению, теоретический тур часто выявляет весьма большой разброс в уровне подготовки школьников – обычно встречаются и такие работы, где решены все задачи, и такие, где почти ничего не решено. Но в то же время следует отметить, что уровень подготовки школьников явно становится выше. Несмотря на то, что сложность задач на теоретическом туре олимпиады растет год от года, все большее число участников успешно справляется с ними. Несомненно, что во многих областях подход к олимпиадам стал более серьезным, и команда Москвы теперь уже не выглядит единоличным лидером, как это было на первых олимпиадах.

Второй тур олимпиады – либо творческий, либо практический. На творческом туре школьникам нужно решить одну задачу, которая дается в достаточно общей формулировке, либо даже предложить решение целой проблемы. Задание практического тура обычно тоже представляет собой одну большую проблему.

Каждую работу творческого или практического тура (также в зашифрованном виде) проверяют независимо три члена жюри (причем ни один из них принципиально не знает мнения других). Каждый из членов жюри может поставить от 0 до 10 баллов, затем баллы суммируются, и, таким образом, за второй тур можно получить максимум 30 баллов.

Специальная программа организуется для руководителей, которые привозят своих школьников на олимпиаду. Как правило, руководители – это те энтузиасты преподавания астрономии, которые являются инициаторами и основными организаторами работы в своих областях и городах. Во многих местах очень трудно найти новую астрономическую литературу, узнать свежие астрономические новости (к примеру, что такое «пояс Койпера», по поводу которого в мировой астрономической литературе сейчас настоящий бум, а у нас – молчание). Приезд на олимпиаду для многих руководителей – это реальная возможность получить новую информацию как от ученых-астрономов, работающих в жюри, так и друг от друга. Не случайно, что руководители, несколько раз привозившие школьников на олимпиады, почувствовали необходимость более тесного сотрудничества и стали инициаторами образования Ассоциации учителей астрономии.

Кроме того, среди руководителей делегаций регулярно проводятся различные конкурсы. Так, в 1995 году состоялись выборы (как и положено, на альтернативной основе) главного астролога олимпиады; им был избран С.Ф.Заикин (г.Ухта). А первое место в конкурсе астрономических анекдотов и курьезных случаев завоевал рассказ А.В.Сушко (г.Нальчик) о случае наблюдения галилеевых спутников Юпитера, при котором «галилеевость» этих спутников была подвергнута сомнению. История эта вкратце такова.

Группа военнослужащих одной из воинских частей была сильно заинтригована частыми сообщениями в местной прессе о нашествии на их город «летающих тарелок». К кому обратиться за разъяснениями? Конечно, к специалистам – астрономам. И вот на обсерваторию приходит делегация во главе с майором:

– У вас, говорят, тут хороший телескоп стоит. Покажите, пожалуйста, нам наиболее интересные летающие тарелки на вверенном вам участке неба!

Тарелки, где-то в обсерватории, конечно же, были, но показывать их в телескоп, тем более в летающем состоянии... Но Александр Васильевич (он же – А.В.Сушко) не растерялся:

– Вы знаете, тарелок в настоящий момент как-то не наблюдается (да и вообще, сколько лет здесь работаю – ни разу не видел), но есть не менее интересные небесные объекты. Венера, к сожалению, уже зашла, но Юпитер, например, сейчас находится почти в противостоянии и хорошо видны четыре его спутника.

– Ладно, показывайте спутники!

Навел Александр Васильевич телескоп на Юпитер, подвел гостей к окуляру и объясняет попутно:

– Вот это – спутник Ганимед, это – Ио, дальше всего от диска – Каллисто... Понятно?

– Понятно, говорят, даже очень интересно, но скажите – это чьи спутники, наши или американские?..

Но вернемся к серьезным вопросам.

Приятно отметить, что в 1995 году специально к олимпиаде был выпущен и подарен каждому участнику «Словарь астрономических терминов» (автор – член жюри олимпиады, директор Астрономической обсерватории Рязанского ГПУ А.К.Муртазов).

К сожалению, расписание первых трех Российских астрономических олимпиад было очень сжатым. И эта сжатость не позволила выполнить все пожелания участников олимпиады – провести нормальные беседы жюри со школьниками, ответить на все их многочисленные вопросы, познакомить с астрономическими новостями. А ведь это то, ради чего, собственно, и должна проводиться олимпиада. В частности, некоторые ребята привозят с собой доклады, которые обычно представляют на школьных научных конференциях, и хотят подробно обсудить результаты своих исследовательских работ с членами жюри.

По не зависящим от организаторов причинам, намеченные сроки и место проведения третьей олимпиады (Москва) были изменены Министерством образования, и немалая работа ведущих астрономических учреждений столицы по ее проведению оказалась напрасной. (Тем не менее, организаторы в Калуге успели хорошо подготовиться, и олимпиада прошла весьма успешно.)

Ежегодные замечания реальных организаторов олимпиад дали результат: с 1997 года увеличено время на проведение олимпиад. Новшеством программы олимпиады 1997 года стала научно-практическая конференция, посвященная Дню Космонавтики (она прошла точно 12 апреля в Московском городском дворце творчества детей и юношества). Раньше конференция проводилась независимо, а теперь включена в программу олимпиады.

На первых двух олимпиадах участники заключительного этапа соревновались в двух возрастных категориях: 8–9 классы (в эту группу было включено также несколько приехавших семиклассников) и 10–11 классы. Начиная с третьей олимпиады, 10 и 11 классы были разделены, а также увеличено представительство территорий. Теперь каждая область, край, республика, города Москва и Санкт-Петербург могут направлять на заключительный этап олимпиады двух одиннадцатиклассников, двух десятиклассников и четырех участников по 8–9 классам (плюс дополнительно победителей заключительного этапа предыдущей олимпиады). Города и районы России, проводящие у себя астрономические олимпиады, по согласованию с Координационным советом могут представлять свою область на заключительном этапе, если область не посылает команду на заключительный этап. Возможно также участие команд из-за пределов России.

По результатам заключительного этапа Российской олимпиады формируется сборная России для участия в Международной олимпиаде.

Международная астрономическая олимпиада

Международная астрономическая олимпиада учреждена официально международным Астрономическим обществом 7 июня 1996 года и, согласно Учредительному положению, проводится ежегодно осенью (в период с сентября по декабрь) в одном из астрономических центров государств-участников. В олимпиаде принимают участие команды школьников (победителей национальных олимпиад) из всех заинтересованных государств.

Первая и вторая Международные олимпиады Астрономического общества (1996 и 1997 гг.) прошли в рамках третьей и четвертой Осенних астрономических школ в Специальной астрофизической обсерватории РАН. В олимпиадах приняли участие команды Армении, Индии, Москвы, России, Швеции, Финляндии. Сборные Российской Федерации и Москвы формировались по результатам Российских олимпиад. Оба раза руководителями российской команды были В.В.Чичмарь (Москва) и С.Ф.Заикин (Ухта), московской – И.М.Чёрная.

Олимпиады проходили для двух возрастных категорий участников: 8–10 классы (15–16 лет) и 11–12 классы (17–18 лет). Языковая проблема решалась так же, как и на большинстве международных олимпиад, – оргкомитет готовил условия заданий на официальных языках олимпиады, но непосредственно перед турами руководители команд могли перевести задания на родные языки участников (это, однако, потребовалось только один раз). Официальными языками олимпиады были русский и английский.

Международная олимпиада проводится в три тура: теоретический, практический и наблюдательный. Теоретический тур включает 5–6 задач (на 4 часа). Перед теоретическим и практическим турами всем участникам выдаются карты звездного неба, транспортиры и линейки.

На практическом туре, как и на наблюдательном, дается одинаковое задание для участников всех возрастов (на 2 часа). Как правило, авторы практического задания ставят перед собой задачу познакомить школьников с новым материалом и выяснить, насколько хорошо они могут осмыслить и обработать наблюдательные данные, представленные в ранее не известном им виде. Другими словами, участникам предлагается решить маленькую научную задачу.

Наблюдательный тур удается провести не всегда, несмотря на то, что для этого планируются два вечера. Погода порой не позволяет организовать наблюдения ни в один из них. Так случилось, например, на первой олимпиаде, однако как внеконкурсное задание всем было предложено найти на дневном небе Венеру. Вообще, если точно знать положение, то при нормальном зрении обнаружить ее достаточно несложно, особенно в горах (Нижний Архыз расположен на высоте порядка 1200 м). Во время второй олимпиады погода позволила провести наблюдения в первый же запланированный вечер. Процедура проведения тура воскрешала древние испытания воинов, чье знание звездного неба проверялось в лесу или при частично затянутом облаками небе. Каждый участник проводился через небольшую рощу, и в трех местах ему предлагалось узнать созвездия, видимые в просветах стволов и ветвей. Величины и ориентация просветов резко менялись: вначале – вид на северо-восток и на юго-запад, затем – открытый южный горизонт и, наконец, вид на север.

Жюри олимпиад было сформировано из сотрудников САО, руководителей команд (по одному от каждой страны) и членов Координационного совета олимпиады, председателем жюри был директор Обсерватории член-корреспондент РАН Ю.Ю.Балега. Среди членов жюри работы были распределены не по странам, как это принято на большинстве других международных олимпиад, а по задачам (так же, как и на Российской астрономической олимпиаде). Те части решений в работах участников, в которых у жюри возникали лингвистические проблемы, переводились руководителями.

Задачи теоретического тура оценивались по системе 8+2 (реже 9+1 или 7+3), т.е. за полное правильное стандартное решение ставилось 8 баллов, а остальные 2 балла участники могли набрать, приводя в решении дополнительную информацию (осмысление результата, определение границ применимости рассматриваемой модели, разумные замечания относительно корректности заданий и т.п.). Но это, конечно, не значит, что следовало писать сочинения на тему задачи по принципу «пишу все, что знаю». Таким образом, максимальное число баллов, которое можно было набрать на теоретическом туре, равнялось 60.

По 20 баллов могли добавить участникам наблюдательный и практический туры.

Следует отметить, что организаторы олимпиад старались уделить внимание не только соревновательным моментам. Главным аспектом Международной астрономической олимпиады, по мнению ученых, должен стать научно-познавательный – ведь большинство школьников впервые знакомятся с современными телескопами и настоящей работой научных сотрудников обсерватории, с тем, как работают астрономы-профессионалы. Не случайно в Учредительном положении записано, что олимпиада должна проводиться именно в обсерваториях.

Как обычно, на закрытии олимпиад победители и участники награждались почетными дипломами. К сожалению, разница в подготовке школьников из разных стран весьма велика: на обеих первых олимпиадах практически все призовые места заняли российские ребята.

Российские и Международные олимпиады стимулировали проведение школьных астрономических состязаний во многих городах нашей страны и (что еще более удивительно) в других странах – например, в Болгарии, Греции, Дании, Индии, Казахстане, Швеции, Украине, Эстонии. Надеемся, что и эта книга будет полезна при организации подобных состязаний, а также на занятиях в школе, в астрономических кружках и клубах.

ЗАДАЧИ ОЛИМПИАД

Олимпиады ННЦ

1986/87 учебный год

1. В некотором созвездии «Большая Рысь» (Lynx Major) расстояние между двумя самыми яркими звездами на небесной сфере равно 18°. Звездная величина αLMa равна $m_\alpha = 2{,}96^m$, а βLMa – $m_\beta = -3{,}07^m$. Недавно французским астрономам удалось установить, что абсолютные звездные величины этих звезд равны между собой. Найдите, какую звездную величину m_* будет иметь αLMa, если смотреть на нее из окрестностей βLMa.

2. Оцените, в какое примерно время сегодня (т.е. в день проведения олимпиады – 11 января 1987 г.) зайдет Солнце в Черноголовке. Географическая широта Черноголовки $\varphi \approx 56°$ с.ш., долгота $\lambda \approx 38°30'$в.д. Наклонение эклиптики к плоскости небесного экватора составляет $\varepsilon \approx 23°30'$. «Сегодняшнюю» дату считать близкой к дню зимнего солнцестояния.

3. В системе звезды τ Lynx Major, как предполагают гвинейские астрономы, находится необычайно плотная планета. Причиной такой гипотезы послужило обнаружение у планеты спутника с периодом обращения $T = 48$ с. Какие выводы можно сделать о величине плотности этой планеты?

4. Американский искусственный спутник Земли китайского происхождения массой $m = 200$ кг, движущийся по круговой орбите в верхних слоях атмосферы, испытывает сопротивление разреженного воздуха средней силой $F = 700$ мкН. Определите, как изменится скорость спутника за один оборот вокруг Земли. Высота полета спутника над поверхностью Земли мала по сравнению с радиусом Земли ($R = 6400$ км).

5. Космический корабль совершает перелет от Земли к Марсу по орбите Гомана-Цандера (в перигелии эта орбита касается орбиты Земли, а в афелии – орбиты Марса). Найдите время такого перелета, а также минимальное время, в течение которого космонавтам придется ожидать на Марсе момента отправления в обратный путь по орбите такой же формы. Периоды обращения Земли и Марса вокруг Солнца равны $T_З$ = 365,25 суток и $T_М$ = 687 суток соответственно. Орбиты планет считать круговыми и лежащими в одной плоскости.

6. Как известно, с Плутона, расстояние от Солнца до которого составляет сейчас около 30 а.е., видимый угловой размер нашего светила приблизительно равен всего одной угловой минуте. Достаточно ли освещенности в ясный солнечный день на Плутоне, чтобы читать «Черноголовскую газету»? С чем можно сравнить освещенность в ясный солнечный день на Плутоне?

7. Пусть 1 декабря Луна взошла в 23 часа 40 минут. В какое время она взойдет 2 декабря того же года?

8. Склонение Сатурна в настоящее время (т.е. в дни проведения олимпиады – январь 1987 г.) составляет $\delta = -21°17'$, а видимая звездная величина равна $m = 0{,}7^m$. Может ли наблюдатель, находящийся на Южном полюсе, наблюдать сегодня Сатурн невооруженным глазом?

1987/88 учебный год

9. Звезда Альтаир имеет склонение $\delta = 8°44'$. На какой высоте она кульминирует в Черноголовке ($\varphi = 56°01'$)?

10. Известно, что в нашей области галактики плотность звезд составляет примерно 0,1 звезды на кубический парсек. Оцените приблизительно, каково среднее расстояние между звездами.

11. Французские астрономы, продолжающие изучать некое созвездие «Большая Рысь» (Lynx Major), в этом году уделили особое внимание звездам εLMa и ϰLMa. Оказалось, что если смотреть из окрестностей εLMa, то ϰLMa имеет видимую звездную величину $m_\varkappa = 5{,}30^m$, а если переместиться к ϰLMa, то $m_\varepsilon = 3{,}62^m$. Выяснилось также, что абсолютная звездная величина εLMa равна $M_\varepsilon = 0{,}5^m$. Чему равна абсолютная звездная величина ϰLMa?

12. Определите, внутри или вне Солнца находится центр масс Солнечной системы, пренебрегая массами всех планет, кроме Юпитера. Масса Солнца в 1050 раз больше массы Юпитера, видимый с Земли угловой размер Солнца $\alpha = 9{,}3\cdot10^{-3}$ рад, а расстояние от Юпитера до Солнца $l = 5{,}2$ а.е.

13. В ночь с 23 на 24 февраля 1987 года астрономы зафиксировали вспышку сверхновой звезды в галактике Большое Магелланово облако, расстояние до которого около 55 кпк. В максимуме ее видимая звездная величина составила $m_0 = 3^m$. Оцените, какую звездную величину m_c могла бы иметь эта сверхновая, если бы она располагалась на месте ближайшей к нам звезды Проксима Центавра, расстояние до которой около 1,3 пк. Ярче или слабее полной Луны светила бы в этом случае сверхновая?

14. В одном из научно-фантастических рассказов описываются события XXIV века, в частности освоение космонавтами одинокого астероида. На астероид, находящийся далеко от нашей Солнечной системы (а также и всех других звездных систем), высаживаются почти одновременно две группы астронавтов. И, как это нередко уже бывало в истории нашей цивилизации, взаимопонимания эти группы поначалу не нашли. Началась перестрелка – небольшой локальный конфликт. К счастью, мощного оружия у противоборствующих сторон не было – только так называемые ДИАКМ («доисторические автоматы Калашникова модернизированные»), да и боеприпасов было немного. Через пару дней патроны кончились, и конфликт завершился сам собой, даже без жертв. Но около ста тысяч пуль улетело в космос. С годами астероид превратился в крупную научно-исследовательскую и транзитно-транспортную базу на пути из Солнечной системы к Сириусу. Выросли дома и сады. В условиях сверхнизкой гравитации были выведены гигантские фруктовые деревья. Проблем, казалось, не было. Но... Через 40 лет выпущенные когда-то пули стали возвращаться. То тут, то там они пробивали скафандры, повреждали крыши домов, выводили из строя системы жизнеобеспечения. За месяц погибло несколько десятков человек. Астероид пришлось покинуть.

Оцените массу этого астероида, считая, что он был круглой формы радиусом $R = 1100$ км, а пуля, выпущенная из ДИАКМ, имела начальную скорость $V_0 = 715$ м/с.

15. Детали какого размера можно сфотографировать с помощью 5-метрового телескопа, установленного на космическом корабле? Наименьшая высота полетов современных космических кораблей над поверхностью Земли составляет около 200 км. Разрешающая способность такого же телескопа, установленного на Земле, ограничивается атмосферными условиями и составляет около $1''$.

16. Космический зонд начинает падать на Солнце с орбиты Земли без начальной скорости. Оцените время падения.

1988/89 учебный год

17. В ночь с 23 на 24 февраля 1987 года астрономы зафиксировали вспышку сверхновой звезды в галактике Большое Магелланово облако, расстояние от Земли до которого около 55 кпк. В каком году на самом деле произошла эта вспышка?

18. На каком наибольшем угловом расстоянии от Солнца бывает виден Юпитер из окрестностей Сириуса, параллакс которого 0,38″? Расстояние от Юпитера до Солнца 5,2 а.е.

19. Найдите время между ближайшими противостояниями Марса и продолжительность суток на Марсе, если период его обращения вокруг Солнца составляет $T_М = 687$ сут, а вокруг своей оси – T_0 = 24 ч 37,4 мин.

20. Найдите, на какую максимальную высоту поднимется сегодня (т.е. в день проведения олимпиады – 23 октября 1988 г.) в Черноголовке (φ = 56°01′ с.ш., λ = 38°24′ в.д.) Солнце и в какое время это произойдет.

21. Чем будет казаться Солнце для космонавта, высадившегося на Нептуне: точкой или диском? Вам известно только, что период обращения Нептуна вокруг Солнца составляет 164,8 года, а орбита его практически круговая.

22. После многовекового полета космическому кораблю наконец посчастливилось отыскать в просторах Вселенной звезду, имеющую планету. Двигатели корабля по-прежнему работали отлично, а вот приборы, находившиеся на корабле, за долгое время перелета почти все вышли из строя. Остались лишь часы и хронометры. Могут ли космонавты со столь скудным оборудованием определить среднюю плотность вещества этой планеты?

23. На сколько изменится звездная величина Солнца, если вся его поверхность покроется пятнами (т.е. солнечный диск покроет одно большое пятно)? Известно, что эффективная температура фотосферы Солнца 5770 К, а солнечного пятна (в среднем) 4500 К.

24. Опишите, как с помощью гравитации планет-гигантов (например, Юпитера) увеличить скорость космического корабля, стартующего с Земли и направляющегося за пределы Солнечной системы. Приблизительно оцените, на сколько можно увеличить скорость космического корабля с помощью такого маневра вблизи Юпитера. Можно ли увеличить скорость космического корабля, направляющегося за пределы Солнечной системы, первоначально направив его на Солнце? Как и на сколько?

25. Вдоль диаметра шарообразного астероида, плотность которого одинакова по всему объему, проходит узкий тоннель. С поверхности астероида в тоннель бросили камень со скоростью, равной первой космической для этого астероида. Через какое время камень вернется назад? Известно, что минимальный период обращения космических объектов вокруг астероида равен T_0. Гравитационное поле других небесных тел пренебрежимо мало. *Примечание.* Площадь эллипса равна $S = \pi ab$, где a и b – большая и малая полуоси эллипса.

1989/90 учебный год

8 класс

26. Перемещение по меридиану Земли на одну морскую милю (1852 м) в точности соответствует изменению географической широты на $1'$. Исходя из этого, найдите диаметр Земли.

27. Наверное, вы замечали, что зимой в Черноголовке можно наблюдать яркую полную Луну высоко над горизонтом, а летом полная Луна бледновато-желтая и находится существенно ниже. Объясните, почему.

28. Объекты каких размеров можно разглядеть на Луне невооруженным глазом, если ночное разрешение глаза зоркого человека составляет около $50''$?

29. Найдите синодический период Юпитера, т.е. время, за которое Земля в своем движении вокруг Солнца обгоняет Юпитер ровно на один оборот. Периоды обращения Земли и Юпитера вокруг Солнца составляют, соответственно, $T_З = 365{,}25$ суток и $T_Ю = 4332{,}6$ суток.

9 класс

30. Исходя из параметров движения Земли вокруг Солнца, объясните, в каком из полушарий (северном или южном) зима теплее.

31. На какой максимальной высоте может кульминировать Луна в Черноголовке? Наклонение эклиптики к плоскости небесного экватора составляет $\varepsilon = 23{,}5°$, а плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики – $i = 5{,}1°$. Широта Черноголовки $\varphi \approx 56°$.

32. Шаровое скопление состоит примерно из четырехсот тысяч звезд 17-й звездной величины. Какова суммарная звездная величина скопления?

33. Вы путешествуете по поясу астероидов, характерная плотность пород которых $\rho = 3{,}5$ г/см^3. Каковы возможные размеры астероидов, по которым можно бегать, не боясь «упасть» в космос? [2]

---

[2] В книге «Парадоксальная Вселенная» похожая по идее задача (№63) сформулирована более изящно: «Каков предельный размер астероида, с которого можно еще спрыгнуть в космос?» Правда, авторское решение той задачи дает в 3 раза меньший результат. Что ж, видимо, лишь эксперимент может показать, чье решение правильнее.

10 класс

34. Скорость некоторого астероида в точке афелия своей орбиты втрое меньше, чем в точке перигелия. Чему равен эксцентриситет его орбиты?

35. Какова минимальная высота верхней кульминации Луны в городе Петрозаводске? Наклонение эклиптики к плоскости небесного экватора составляет $\varepsilon = 23{,}5°$, плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики – $i = 5{,}1°$, широта Петрозаводска $\varphi \approx 61{,}8°$.

36. Из фольклора 70-х годов:

– Товарищи космонавты! Вам выпала почетная обязанность первыми полететь на Солнце!

– Но там же жарко! Какой корабль это выдержит?

– Эх, какие вы умные! Но наверху сидят люди не глупее вас! Ночью полетите! А корабли наши все выдержат!

Предполагая, что наши космические корабли действительно могут выдержать все, что угодно (любые тепловые и механические перегрузки), найдите минимально возможный период обращения такого корабля вокруг Солнца (и обоснуйте, почему такой период минимален), зная, что видимый с Земли угловой размер Солнца равен $\alpha = 9{,}3 \cdot 10^{-3}$ рад.

37. Какой может быть максимальная высота гор на Марсе, если удельная теплота плавления марсианских скальных пород $\lambda = 250$ кДж/кг, а ускорение силы тяжести на Марсе $g = 3{,}7$ м/с^2?

38. Звездная система называется затменно-переменной в том случае, когда уменьшение общего блеска системы происходит из-за того, что одна звезда загораживает (затмевает) другую. Найдите, на сколько меняется блеск системы, состоящей из двух одинаковых звезд, если наш луч зрения в точности лежит в плоскости орбиты этой затменно-переменной системы.

11 класс

39. Некоторая галактика наблюдается как диск с угловым размером около $\alpha = 0{,}5'$, а красное доплеровское смещение в спектрах этой галактики составляет 2% (т.е. $\Delta\lambda/\lambda = 0{,}02$). Сравните эту галактику с нашей по размерам. Постоянную Хаббла считать равной $H = 75$ км/(с · Мпк).

40. Приблизительно сколько раз в году при благоприятной погоде могут любоваться полной Луной белые медведи? Наклонение плоскости орбиты Луны к плоскости эклиптики около 5°. Считайте, что белые медведи живут вблизи Северного полюса.

41. Как вы знаете, звезды бывают желтые, голубые, оранжевые, белые, красные... А почему не бывает зеленых звезд?

42. Эксцентриситет эллиптической орбиты Плутона составляет $e = 0{,}25$. Оцените, на сколько больше его блеск (в звездных величинах) в момент прохождения перигелия по сравнению с моментом прохождения афелия.[3]

43. Найдите минимальную скорость относительно Земли, которую нужно сообщить взлетевшему с Земли космическому аппарату, чтобы он достиг Солнца. Найдите время перелета этого космического аппарата от Земли до Солнца. Видимый с Земли угловой размер Солнца равен $\alpha = 9{,}3 \cdot 10^{-3}$ рад. Скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца считать равной $V_\oplus = 30$ км/с.

44. Увидев ночью под фонарем кота, посмотрите ему в глаза. Если вы правильно выберете взаимное расположение себя, фонаря и кота, то сможете увидеть светящиеся кошачьи глаза (как правило, желтого или зеленого цвета). Учитывая, что ночью коты обычно не подпускают людей ближе чем на 5 метров, оцените звездную величину каждого кошачьего глаза. Звездную величину фонаря можете взять «от фонаря», однако свой выбор обоснуйте. Учтите, что звездная величина Луны в полнолуние равна $-12{,}7^m$.

1990/91 учебный год

Теоретический тур

8 класс

45. В какой четверти Луна лучше освещает Землю – в первой или в третьей? Ответ обоснуйте и поясните рисунком.

46. Найдите период обращения Земли вокруг своей оси (в часах и минутах), если один оборот вокруг Солнца она совершает за 365,25 суток. (В сутках ровно 24 часа.) Направления движения Земли вокруг Солнца и вокруг своей оси совпадают.

47. Известно, что от звезды 0^m за 1 секунду падает около 10^{10} фотонов на 1 м^2 площади, перпендикулярной лучу зрения. Оцените, сколько фотонов в секунду попадает в человеческий глаз от полной Луны. Звездную величину полной Луны принять равной $-12{,}5^m$.

48. Оцените, сколько времени длится в Черноголовке заход Солнца (т.е. оцените время от первого до последнего касания горизонта солнечным диском). Широта Черноголовки $\varphi \approx 56°$ с.ш., долгота $\lambda \approx 38{,}4°$ в.д., угловой диаметр солнечного диска $\rho = 32'$.

---

[3] Когда эта задача предлагалась на олимпиаде, Плутон только что прошел точку перигелия и имел видимый блеск около $13{,}8^m$.

9 класс

49. 22 августа юный черноголовский астроном Ваня Пташечкин наблюдал в окрестностях своего дома за движением звезды Ункновна по небесной сфере. Когда Ункновна находилась в своей верхней кульминации, часы показывали половину десятого вечера. Можно ли будет сегодня (т.е. в день проведения олимпиады – 21 октября 1990 г.) пронаблюдать верхнюю кульминацию Ункновны (естественно, при ясном небе)? В какое время она будет кульминировать? Приблизительно оцените, в какие месяцы можно наблюдать верхнюю кульминацию этой звезды на ночном небе.

50. На какой широте может находиться обсерватория «Медведь», если наблюдаемые в обсерватории высоты некоторого светила в верхней и нижней кульминациях составляют $h_1 = 86°14'$ и $h_2 = 43°32'$? Оцените, какой там будет сегодня (т.е. 21 октября 1990 г.) максимальная высота Солнца над горизонтом.

51. Оцените абсолютную звездную величину Солнца, зная только, что видимая с Земли звездная величина его $m_\odot = -26{,}8^m$.

52. Говорят, что спутник находится на геостационарной орбите, если он все время висит над одной и той же точкой земной поверхности. Вычислите радиус геостационарной орбиты. Радиус Земли принять равным $R_\oplus = 6380$ км. Может ли спутник «висеть» над Черноголовкой?

10 класс

53. Звездой какой величины будет выглядеть Солнце с Сириуса, параллакс которого $\pi = 0{,}37''$, если видимая с Земли звездная величина Солнца составляет $m_\odot = -26{,}8^m$?

54. Гвинейскими астрономами обнаружена еще одна весьма плотная планета системы τ LynxMajor. Период обращения планеты вокруг своей оси составляет всего лишь 6 минут. Оцените величину плотности этой планеты.

55. Искусственный спутник, находящийся на низкой околоземной орбите, пролетел над Харьковом ($\varphi \approx 50°$ с.ш., $\lambda \approx 36°$ в.д.). Над каким городом или над какой местностью (приблизительно) он пролетит через 1 оборот вокруг Земли?

56. На сколько различаются видимые звездные величины Солнца летом и зимой, если эксцентриситет земной орбиты $e = 0{,}017$?

57. В межзвездной среде с плотностью ρ вспыхнула новая звезда. Ее оболочка непрерывно расширяется. В момент вспышки масса оболочки M_0, радиус R_0, а ее скорость V_0. Каков будет радиус оболочки R_1 к тому моменту, когда ее скорость станет равной V_1?

11 класс

58. Звездой какой величины будет выглядеть Солнце с Нептуна, если тот совершает полный оборот вокруг Солнца за T = 164,8 лет, а с Земли Солнце выглядит как звездочка величиной $m_{\odot} = -26{,}8^m$?

59. Оцените приблизительно размер солнечного паруса, с помощью которого можно было бы свободно путешествовать по Солнечной системе на космическом корабле массой m = 10 т (массой паруса при расчете можно пренебречь). Солнечная постоянная $A_{\odot} \approx 1{,}4$ кВт/м^2, расстояние от Земли до Солнца $L_{\oplus} \approx 150$ млн км.

60. Малая планета № 887 – астероид Алинда – обращается вокруг Солнца по вытянутой эллиптической орбите. Для наблюдателя, находящегося вблизи Солнца, блеск астероида меняется на $\Delta m = 5{,}24^m$. Определите, на сколько меняется звездная величина Солнца, если наблюдать его с Алинды.

61. Разумные существа в галактике Туманность Андромеды исследуют нашу галактику Млечный Путь. Предположим, что они живут на планете, очень похожей на Землю, и располагают наблюдательной техникой, которую имеют сейчас земляне. Смогут ли они увидеть наше Солнце? Расстояние от Солнца до Туманности Андромеды около 700 кпк.

62. Нептун совершает один оборот вокруг Солнца за время T_1 = 165 лет, двигаясь практически по круговой орбите. Плутон, двигаясь по эллипсу, перигелий которого находится от Солнца на расстоянии, приближенно (с точностью 0,2%) равном радиусу орбиты Нептуна, совершает один оборот за T_2 = = 248 лет. Известно, что Плутон оказывается ближе к Солнцу, чем Нептун, в период с 1979 по 1999 год, т.е. в течение времени τ_2 = 20 лет. Исходя из этого, приближенно определите, за какое время τ_1 Нептун проходит участок орбиты, который находится снаружи эллипса Плутона, если совместить плоскости этих орбит. *Примечание.* Формула для площади эллипса: $S = \pi ab$, где a и b – большая и малая полуоси эллипса.

(В комплекте заданий была также задача 4.)

Творческий тур

9–10 классы

63. Изучите более подробно вопрос об условиях наблюдения звезды Ункновна (см. задачу 49). Пусть 22 августа она кульминировала в Черноголовке в 21^h30^m Московского летнего времени на юге на высоте $h = 64°$. Определите время восхода и захода этой звезды на сегодняшний день, т.е. на 22 октября. Оцените, в какое время года и суток можно наблюдать Ункновну на небе. Если вам понадобится величина блеска Ункновны, считайте ее звездой второй величины. Географическая широта Черноголовки $\varphi = 56°$. Другие необходимые данные вспомните или возьмите из справочников.

11 класс

64. Рассмотрите более широко задачу об искусственном спутнике Земли, движущемся по круговой орбите в верхних слоях атмосферы (см. задачу 4). Оцените, на какой высоте летит спутник и как долго еще осталось ему жить до сгорания в атмосфере. Сколько топлива, скорость истечения которого $u = 1$ км/с, необходимо для того, чтобы спутник не упал на Землю в течение 100 лет, и как лучше расходовать это топливо? Необходимые дополнительные данные вспомните или возьмите из справочников.

1991/92 учебный год

8 класс

65. Солнце на Северном полюсе взошло на Черноголовском меридиане ($\lambda = 38°23'$ в.д.). Где (приблизительно) оно взойдет в следующий раз?

66. Год на Меркурии длится $T = 88{,}0$ суток, а период обращения вокруг своей оси составляет $t = 58{,}7$ суток (направления обоих вращений совпадают). Найдите продолжительность τ меркурианских суток.

(В комплекте заданий были также задачи 67 и 69.)

9 класс

67—70. Условия четырех следующих задач вы найдете в предлагаемом ниже тексте (в скобках – номера задач).

Жили-были в одной лунной берлоге лунный медведь, лунный лис, лунный зубр и лунный волк. Но это было давно. Теперь голодный лунный волк сидел в Океане Бурь на лунном экваторе и выл вверх, на сияющую голубую Землю. Рядом сидел суверенный лунный лис и по старой привычке давал умные советы: «Тепер треба бігті до другої країни. Чи знакшь, яке там гарне життя!» Но голодный лунный волк продолжал выть.

На Земле же тем временем происходило интереснейшее явление – солнечное затмение. Что увидели бы лунные наблюдатели во время полного солнечного затмения на Соловецких островах (34°45′ в.д., 65°01′ с.ш.) в 5 часов утра 22 июля 1990 года? Ответ поясните рисунком. **(67)**

Тут подошел к ним лунный медведь и заговорил человеческим голосом (история, конечно, умалчивает, как распространялся звук в безвоздушной среде): «Привет, Вова! Привет, Леня! Слушайте, тут ко мне друзья-косолапые с Марса прилетели, гуманитарную помощь привезли. Интересная схема (рис.1).

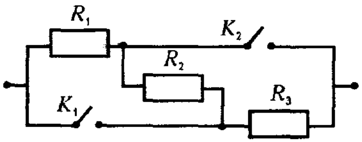


Рис.1

Подключаешь ее к источнику напряжения – так всю берлогу обогревает. При разомкнутых ключах K_1 и K_2 схема потребляет мощность P_0. При замкнутом ключе K_1 потребляется мощность P_1, а когда замкнут только ключ K_2 – мощность P_2. Можете посчитать, какая мощность будет потребляться цепью, если замкнуть оба ключа?» **(68)**

– А какие здесь сопротивления? – осведомился лунный волк.

– Неизвестно, там что-то написано, но я же по-марсиански не понимаю.

– Та ти, Міша, йди до своїх марсіанськіх ведмедів, та їх і спитай! – дал совет лунный лис.

– Эх, вы, – обиделся лунный медведь и ушел. А надо было бы решить еще одну задачу:

Определите, внутри или вне Солнца находится центр масс Солнечной системы. Необходимые данные возьмите из таблицы Солнечной системы. Видимый с Земли угловой размер Солнца $\alpha = 9{,}3 \cdot 10^{-3}$ рад, а масса Солнца в 333 000 раз больше массы Земли. **(69)**

И решил лунный медведь зайти в гости к лунному зубру.

А в это время мимо лунного волка пробежал лунный заяц. «О! Лунный заяц!» – осенило лунного волка, и через $t = 5$ с с криком «Ну, лунный заяц, погоди!» он бросился вдогонку с постоянным ускорением $a = 1$ м/с^2. «Ну, нехай лунний вовк спіймак його…» – подумал лунный лис. «Та я з'їм! А що не з'їм, то…» – привычно вторило было в ответ лунное эхо, но осеклось – ведь на Луне нет атмосферы. Сможет ли лунный волк догнать лунного зайца, если через $\tau = 40$ мин у лунного волка иссякнут силы бежать, а лунный заяц бежит по лунному экватору с постоянной скоростью $V = 1$ км/с? **(70)**

Подумал-подумал лунный лис и тоже пошел к лунному зубру…

71. Китайские инженеры выдвинули новый интригующий проект исследования космического пространства, получивший кодовое название «*Из пушки на Луну*». Согласно информации американских спецслужб, этот сверхсекретный проект, в частности, включает установку высоко в Гималаях (8000 м над уровнем моря) специальной сверхпушки, направленной в небо. На первом этапе пушка будет использоваться для выведения спутников на околоземную орбиту, в дальнейшем же китайцы планируют использовать пушку для запуска космических кораблей прямо на Луну.

Что вы думаете обо всем этом? Является ли проект только мечтой, или у него есть шансы быть реализованным? Если такие шансы есть, то каковы будут параметры орбит искусственных спутников и космических кораблей, направляемых на Луну? Если же вы считаете проект неразумным, то какие изменения следует внести в него, чтобы сделать его более реалистичным?

Примечание. В оригинале задача давалась на английском языке.

72. Представители одной очень нехорошей цивилизации с элементами мании величия провели чудовищный эксперимент: они зверски разделили свою звезду на две равные части (изменения температуры и плотности вещества звезды при этом не произошло). На сколько изменилась суммарная звездная величина системы?

73. Возраст Луны 7 дней. Приблизительно оцените ее звездную величину, зная, что альбедо Луны $\alpha = 0{,}07$, звездная величина Солнца $m_\odot = -26{,}8^m$, а видимый угловой диаметр Луны $\beta \approx 10^{-2}$ рад.

74. 19 июня 2004 года при аварийной посадке космического корабля вы катапультировались и весьма удачно приземлились. Оказалось, что в местности вашего приземления полдень наступил в 8 ч 42 мин Московского летнего времени, а высота Солнца при этом была $h = 72°$. Каким языком вам следует воспользоваться для выяснения местонахождения ближайшего посольства России? Оцените расстояние до него. В вашем распоряжении имеется весьма грубая карта полушарий.

(В комплекте заданий была также задача 69.)

11 класс

75. Если смотреть с Луны на ночную Черноголовку, то она будет выглядеть звездочкой 15-й величины. Оцените, сколько фонарей горит ночью в Черноголовке. Можно считать, что каждый фонарь с расстояния 50 метров светит, как полная Луна ($-12{,}7^m$).

76. С какой планеты – Венеры или Марса – легче (по энергетическим соображениям) запустить космический зонд на поверхность Солнца и каким образом следует это осуществить? Какое время будет длиться полет? Необходимые данные возьмите из таблицы Солнечной системы.

77. В Черноголовке восход лунного диска из-за горизонта длится чуть меньше четырех минут, на экваторе это происходит за две минуты. А сколько может длиться восход земного диска на Луне, если либрация Луны по долготе составляет $\pm 7°54'$? Оцените минимальное время восхода Земли из-за лунного горизонта.

78. Какого размера необходим телескоп, чтобы в него можно было обнаружить Юпитер со звезды Проксима Центавра, параллакс которой $0{,}76''$? Видимая с Земли звездная величина Юпитера в противостоянии равна $-2{,}2^m$, а расстояние от Юпитера до Солнца составляет 5,2 а.е. Наблюдателей с Проксимы Центавра считать человекоподобными.

79. На просторах Тихого океана между Чили, Новой Зеландией и Антарктидой находится точка Земного шара, диаметрально противоположная Черноголовке. В Черноголовке наблюдают заход Солнца. Солнечный диск только что коснулся горизонта своим нижним краем. Что в этот момент увидит наблюдатель в диаметрально противоположной точке Земного шара?

(В комплекте заданий была также задача 71.)

Олимпиада ННЦ –
Московская областная олимпиада 1998 года

Теоретический тур

8–9 классы

80. «В половине шестого утра я вышел от Глеба Лукича и остановился посреди дороги, ожидая, когда глаза привыкнут к темноте. Деревушка по-зимнему еще дремала. В высоком небе охотничьим ножом посверкивал молодой месяц, сквозил, выказывая самые дальние созвездия, Млечный Путь. С зенита иногда срывались и стремглав летели к Земле каленые угольки метеоритов, словно оттуда стреляли из карабина трассирующими пулями.» (Ю.Тарыничев). Найдите астрономические ошибки и неточности у автора.

81. Как далеко в прошлое могли «заглянуть» древние греки, любуясь звездным небом?

82. Вы, наверно, слышали, что в последнее время некоторые астрологические фирмы стали «продавать» звезды. По штукам. Цены весьма невысокие: например, звезды от 7-й до 9-й величины могут стоить всего 100-300 рублей (в зависимости от спектрального класса и радиуса сферы Шварцшильда). Покупателю выдается специальный «международный сертификат». «Нового русского» тоже заинтересовали звезды, и он решил купить сразу несколько штук: для всей семьи и друзей. И, желая сэкономить, попросил продать ему сразу партию звезд, как на оптовом рынке. Сторговались на символической цене: 1 коп. за миллиард пудов. Сколько приблизительно (по порядку величины) звезд сможет купить этот «новый русский»? Финансовые возможности покупателя оцените самостоятельно. Для справок: масса Солнца составляет $2 \cdot 10^{30}$ кг, а 1 пуд – это около 16 кг.

83. Ниже приведена выписка из Астрономического календаря на завтрашнюю дату (на день проведения олимпиады – 10 февраля 1998 г.). Какие из этих планет можно будет наблюдать сегодня (т.е. 9 февраля) невооруженным глазом при ясной погоде: а) на Северном полюсе; б) на Южном полюсе?

	α	δ	m	d
Меркурий	20^h33^m	$-19°09'$	$-0{,}7^m$	$4{,}8''$
Венера	19^h18^m	$-15°18'$	$-4{,}7^m$	$47{,}8''$
Марс	22^h56^m	$-07°47'$	$1{,}2^m$	$4{,}1''$
Юпитер	22^h15^m	$-11°49'$	$-2{,}0^m$	$32{,}9''$
Сатурн	01^h03^m	$04°12'$	$0{,}7^m$	$16{,}7''$
Уран	20^h48^m	$-18°29'$	$5{,}9^m$	$3{,}4''$
Нептун	20^h10^m	$-19°42'$	$8{,}0^m$	$2{,}2''$
Плутон	16^h32^m	$-09°42'$	$13{,}8^m$	$0{,}1''$

Примечание. Здесь α – прямое восхождение, δ – небесное склонение, m – видимая звездная величина, d – видимый угловой диаметр.

84. Из вещества Луны в полнолуние сделали миллион одинаковых сферических спутников, оставив их примерно в том же месте, но так, чтобы они не затеняли друг друга. Какова звездная величина получившегося роя? Звездная величина полной Луны в полнолуние $m = -12{,}7^m$.

85. 4 июля 1997 года американский космический аппарат «Pathfinder» («Следопыт») совершил посадку на поверхность Марса. Вскоре небольшой шестиколесный марсоход размером с большую детскую игрушку (его длина – всего лишь 65 см) пополз по Марсу. Специальная программа на «Следопыте» позволила ему самостоятельно выбирать маршрут и скорость передвижения по Марсу.

А что если бы он управлялся оператором с Земли? Оцените безопасную скорость такого управляемого с Земли марсохода, если он оснащен телекамерой, которая «видит» только на расстоянии s = 20 м. Расстояние от Земли до Марса во время великих противостояний равно a = 0,38 а.е.

10 класс

86. Малая планета №4 (астероид Веста) обращается вокруг Солнца по орбите, большая полуось которой a = 2,36 а.е. Найдите период обращения планеты вокруг Солнца.

87. Каково максимальное угловое расстояние Земли от Солнца при наблюдении ее из окрестностей Юпитера, радиус орбиты которого r = 5,2 а.е.?

88. Оцените абсолютную звездную величину сверхновой, вспыхнувшей в 1987 году в Большом Магеллановом облаке, расстояние до которого около 55 кпк. В максимуме блеска сверхновая 1987 А имела видимую звездную величину около 3^m. Насколько велика была светимость этой звезды по сравнению с другими сверхновыми?

89. Диаметр Плутона 2300 км, его расстояние от Солнца (до конца текущего столетия) 30 а.е., а орбитальная скорость около 6 км/с. Оцените ширину полосы на поверхности Земли, в которой можно наблюдать покрытие звезды Плутоном, а также (приблизительно – с точностью до порядка величины) возможную продолжительность этого покрытия.

90. Космический корабль исследует нейтронную звезду. Оцените, на каком примерно расстоянии от нее приливные силы еще не создадут опасности здоровью космонавта. Типичная масса нейтронной звезды $M = 2M_\odot = 4 \cdot 10^{30}$ кг.

(В комплекте заданий была также задача 6.)

11 класс

91. Темп энерговыделения на единицу массы в человеческом теле на несколько порядков выше, чем в среднем у Солнца. Почему же мы гораздо холоднее, чем Солнце?

92. Двойная звезда имеет компоненты 2^m и 3^m. Найдите суммарную звездную величину этой двойной звезды.

93. Двойная звезда называется затменно-переменной в том случае, когда уменьшение общего блеска системы происходит из-за того, что одна звезда загораживает («затмевает») другую. Объясните, почему долгопериодические затменно-переменные звезды наблюдаются реже, чем короткопериодические.

94. Видимая с Земли звездная величина планеты в противостоянии на $\Delta m = 3{,}43^m$ меньше, чем в соединении. Что это за планета? Ответ подтвердите расчетами.

95. Оцените характерное время прохождения Венеры по диску Солнца. Как она перемещается по диску при наблюдении из средних широт северного полушария – справа налево или слева направо? При решении можно считать, что орбиты Земли и Венеры лежат точно в одной плоскости (при этом явление прохождения Венеры по диску Солнца происходит 1 раз в 584 дня). Видимый с Земли угловой диаметр диска Солнца $\alpha_{\odot} = 32'$, а расстояние от Солнца до Венеры $r = 0{,}72$ а.е.

96. Несколько лет назад в Солнечной системе открыт новый класс объектов – двойные астероиды. Грубо оцените наибольшее возможное расстояние от 100-километрового астероида до его спутника – астероида меньшего размера. Характерная плотность вещества астероидов 2 г/см^2, а летают они в среднем на расстояниях порядка 400 млн км от Солнца, масса которого $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$ кг.

Творческо-практический тур

7–11 классы

97. На немой карте звездного неба, которая примерно соответствует нашему небу сегодня (т.е. в день проведения олимпиады

	α	δ	m	d
Солнце	21^h36^m	$-14°14'$	$-26{,}8^m$	$32{,}5'$
Луна	09^h05^m	$16°14'$	$-12{,}7^m$	$30{,}1'$
Меркурий	20^h33^m	$-19°09'$	$-0{,}7^m$	$4{,}8''$
Венера	19^h18^m	$-15°18'$	$-4{,}7^m$	$47{,}8''$
Марс	22^h56^m	$-07°47'$	$1{,}2^m$	$4{,}1''$
Юпитер	22^h15^m	$-11°49'$	$-2{,}0^m$	$32{,}9''$
Сатурн	01^h03^m	$04°12'$	$0{,}7^m$	$16{,}7''$
Уран	20^h48^m	$-18°29'$	$5{,}9^m$	$3{,}4''$
Нептун	20^h10^m	$-19°42'$	$8{,}0^m$	$2{,}2''$
Плутон	16^h32^m	$-09°42'$	$13{,}8^m$	$0{,}1''$
Сириус	06^h43^m	$-16°36'$	$-1{,}5^m$	–
Альдебаран	04^h33^m	$16°18'$	$0{,}8^m$	–

– 10 февраля 1988 г.) в 21^h30^m Московского времени, подпишите все известные вам созвездия. Какие из объектов, данные о которых (выписка из Астрономического календаря) приведены ниже, можно (и какие – нельзя) будет наблюдать в это время невооруженным глазом при ясной погоде? Нанесите положения видимых объектов на карту.

Примечание. В таблице α – прямое восхождение, δ – небесное склонение, m – видимая звездная величина, d – видимый угловой диаметр.

7–9 классы

98. Исследуйте вопрос о том, как долго нужно смотреть невооруженным взглядом на звездное небо, чтобы заметить, что оно вращается. Каковы должны быть условия наблюдения? Разрешающая способность человеческого глаза около $1'$.

10 класс

99. В свое время для измерения угловых размеров звезд была предложена идея использовать момент начала покрытия звезд Луной. Для записи этого события предполагалось применять самописец (прибор, в котором запись сигнала по оси Y происходит при помощи пера на равномерно движущуюся по оси X ленту). Исследуйте возможность проведения таких наблюдений, оцените их точность. Можете использовать все сведения и числа, которые вы знаете. *Примечание.* Участникам олимпиады было подробно объяснено, что такое самописец, рассказано о степени его инерционности.

11 класс

100. За орбитой Нептуна, на гелиоцентрических расстояниях более 30 а.е., находится группа транснептуновых объектов – малых тел типа комет и астероидов, первый из которых (1992 QB1) был открыт в 1992 году. Предполагается, что на расстояниях от 30 до 50 а.е., т.е. в поясе Койпера, имеется не менее 70000 тел крупнее 100 км. К концу декабря 1997 года имелись официальные сообщения об открытии 60 таких объектов (см. в Интернете http://www.ifa.hawaii.edu/faculty/jewitt kb.html). Каковы примерные минимальные размеры тел пояса Койпера, которые можно обнаружить с помощью хаббловского космического телескопа, проницающая сила которого составляет около 28^m? Видимая звездная величина Солнца $m_{\odot} = -26{,}8^m$, альбедо тел пояса Койпера принять равным $\alpha = 0{,}2$.

Задачи, рекомендованные для региональных этапов Российских олимпиад

1994/95 учебный год

101. (6–9 кл.) Вы наблюдаете молодую Луну. Ваш приятель закрывает тетрадью правую (от вас) половину объектива телескопа. Как изменится для вас внешний вид Луны?

102. (6–9 кл.) Оцените, с точки зрения астрономии, строки из песни Юлия Кима:

«А на луне, на луне, на голубом валуне
Лунные люди смотрят, глаз не сводят,
Как над луной, над луной шар голубой, шар земной
Очень красиво всходит и заходит.»

103. (8–11 кл.) Найдите период обращения (в годах) астероида, у которого перигелий находится на орбите Земли, а эксцентриситет орбиты $e = 0{,}5$.

104. (8–11 кл.) Как долго может продолжаться покрытие звезды Луной?

105. (10–11 кл.) Лучевая скорость звезды Альдебаран равна 54 км/с, ее параллакс 0,05″, а собственное движение составляет 0,2″ в год. Определите полную пространственную скорость звезды.

(В комплекте заданий для 10 – 11 классов была и задача 58.)

1995/96 учебный год

106. (6–10 кл.) Какие планеты и другие интересные небесные объекты и где на небе вы сможете наблюдать сегодня ночью, если будет безоблачная погода?

107. (6–7 кл.) Осенней ночью охотник идет в лес по направлению на Полярную звезду. Сразу после восхода Солнца он возвращается обратно. Как должен ориентироваться охотник по положению Солнца?

108. (6–7 кл.) Почему свет Луны в первой или последней четверти более чем вдвое слабее ее света в полнолуние?

109. (8–9 кл.) Каков может быть максимальный угол между Полярной звездой и Северным полюсом мира в результате прецессии земной оси? Когда это было в последний раз? Заходила ли при этом Полярная звезда за горизонт на широте вашего города?

110. (8–9 кл.) В шаровом звездном скоплении NGC 5694 видимые звездные величины звезд на 18 звездных величин больше их абсолютных величин. Сколько световых лет до скопления?

111. (10 кл.) Найдите первую и вторую космические скорости для Марса, диаметр которого $d = 6800$ км, а средняя плотность $\rho = 3{,}9$ г/см^2.

112. (10–11 кл.) Луна в апогее на 1/9 дальше, чем в перигее. На сколько (в процентах и в звездных величинах) она при этом слабее, если в обоих случаях рассматривать полнолуние? На сколько процентов в перигее больше приливная сила?

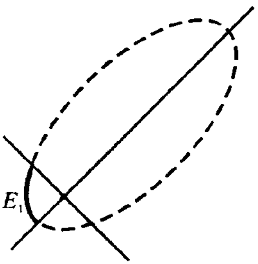


Рис. 2

113. (10–11 кл.) В различных областях неба астрономы встречают такие близко расположенные друг к другу галактики, которые проходили, проходят или непременно пройдут друг сквозь друга. Допустим, что происходит столкновение двух спиральных галактик сравнимых масс и размеров. К каким физическим последствиям это может привести?

114. (11 кл.) За время полета от перигелия до пересечения с линией, проходящей через центр Солнца и перпендикулярной большой оси орбиты (рис.2), астероид получил от Солнца энергию E_1. Сколько энергии он получит за полный оборот вокруг Солнца?

1996/97 учебный год

115. (6–10 кл.) Какая яркая комета наблюдается в этом году, и в какой области неба ее можно наблюдать сегодня вечером (при безоблачной погоде)?

116. (6–7 кл.) Какие объекты Солнечной системы могут (хотя бы иногда) наблюдаться в созвездии Большой Медведицы?

117. (6–7 кл.) Почему на небе вблизи Млечного Пути наблюдается больше слабых звезд, а количество слабых галактик, наоборот, меньше, чем вдали от него?

118. (8–9 кл.) Звезда движется со скоростью 10 км/с. Оцените, сколько парсек она пройдет за миллион лет.

119. (8–10 кл.) Корабль запускается с Земли к Марсу по оптимальной орбите (половина эллипса, касательного к орбитам двух планет). Изобразите на чертеже приблизительные положения Земли и Марса на их орбитах в момент старта и в момент окончания полета на Марс, а также орбиту корабля. Отношение радиусов орбит планет равно примерно 3/2.

120. (8–11 кл.) Где и на сколько выше Солнце поднимается над горизонтом 22 июня – в Кито (Эквадор, 79° з.д., широта 0°) или в Сочи (Россия, 40° в.д., 44° с.ш.)?

121. (10–11 кл.) Параллакс Веги 0,12″, а звездная величина 0^m. На каком расстоянии от Солнца вблизи прямой Солнце – Вега должен находиться наблюдатель, чтобы эти две звезды были для него одинаково яркими? Видимая звездная величина Солнца $-26{,}8^m$.

122. (10–11 кл.) На сколько процентов меняется за сутки скорость наблюдателя, находящегося в Магадане, относительно Солнца вследствие осевого вращения Земли? Широта Магадана 60° с.ш.

1997/98 учебный год

123. (6–10 кл.) В полдень длина тени вертикального стержня была равна его высоте. Вычислите географическую широту места наблюдения, зная, что склонение Солнца составляло +15°.

124. (6–10 кл.) Что представляют собой по форме: а) серп Луны; б) серп Венеры; в) серп Солнца во время частного затмения?

125. (8–10 кл.) Плоскость орбиты Луны наклонена на 5,1° к плоскости эклиптики. На какое минимальное расстояние (в градусах) Луна может подходить к Северному полюсу мира?

126. (9–10 кл.) В какое местное (среднее солнечное) время точка весеннего равноденствия находится в верхней кульминации через три недели после дня осеннего равноденствия?

127. (9–10 кл.) Какое количество звезд (с точностью до целого числа): а) 4-й; б) 5-й; в) 16-й звездной величины могут дать столько же света, сколько дает одна звезда 1-й величины?

128. (10–11 кл.) На какое угловое расстояние от Солнца может удаляться Земля для наблюдателя на астероиде, который движется по круговой орбите вокруг Солнца с периодом 3 года? Как зависит ответ от наклона орбиты астероида?

129. (10–11 кл.) Как изменилась бы орбита Земли, если бы: а) масса Солнца внезапно уменьшилась вдвое; б) масса Земли вдвое возросла?

130. (10–11 кл.) Космический корабль доставил вас на неизвестную планету в далекой планетной системе, где вы можете в темное время суток производить различные астрономические наблюдения на технически оснащенных обсерваториях. Планета обращается по круговой орбите вокруг центральной звезды. Какие способы вы можете предложить для экспериментального определения расстояния до нее?

131. (10–11 кл.) Одиночная звезда, имевшая нулевую скорость относительно центра нашей Галактики на очень большом расстоянии от нее, стала падать на Галактику. Какова (приблизительно) будет скорость ее падения (относительно центра Галактики) на том расстоянии от центра, на котором находится орбита Солнца? Орбитальную скорость Солнца вокруг центра Галактики принять равной 200 км/с.

Юбилейная 50-я Московская городская олимпиада

(1995/96 учебный год)

Первый тур

6–7 классы

132. Во время великого противостояния экспедиция прибыла на Марс в район экватора планеты. Ночью два космонавта вышли на поверхность планеты. «Смотри, как сияет наша Земля, – сказал один. – Она самая яркая на марсианском небе». Прав ли он?

133. В какое время года Солнце быстрее движется по эклиптике?

134. «Все звезды, видимые простым глазом, и многие из телескопических давно уже сосчитаны, зарегистрированы и занесены на карты», – написано в учебниках астрономии. Почему же в таком случае число звезд, видимых невооруженным глазом, никогда не указывается точно, а только приближенно?

8–9 классы

135. При каких условиях полюс эклиптики совпадает с зенитом наблюдателя?

136. Корабль плыл мимо острова. Капитан записал в судовом журнале: «Над островом возвышается великолепная гора Нгоро-Нгоро. В полдень, когда мы поравнялись с ней, я при помощи секстана измерил расстояние до вершины и нашел его равным 12,5 миль.» Как капитан смог измерить расстояние?

137. Какие светила видны днем и при каких условиях?

10–11 классы

138. Сколько бы Земля падала на Солнце, если бы внезапно остановилась в своем движении по орбите?

139. Космонавты, достигшие звезды α Cen, осматривают небо. В каком созвездии они заметят новую яркую звезду?

140. Сферический астероид разделился на две равные сферические части. Как изменился их суммарный блеск по сравнению с блеском исходного астероида? Ответ выразите в звездных величинах.

Второй тур

6–7 классы

141. Где 21 марта день длиннее – в Сиднее ($\varphi = -33°$, $\lambda = 151°$ в.д.) или в Сантьяго ($\varphi = -33°$, $\lambda = 70°$ з.д.)?

142. Каково склонение звезд, которые в любом месте Земли могут быть видимы на горизонте?

143. В звездном скоплении Москиты – 250 звезд, причем каждая имеет нулевую абсолютную звездную величину. Расстояние до скопления 1 кпк. Каков его блеск?

144. Почему во время полного лунного затмения Луна все же видна и имеет красный цвет?

8–9 классы

145. Как изменилась бы орбита Земли, если бы масса Солнца вдруг внезапно удвоилась?

146. Лунная экспедиция решила совершить кругосветное путешествие на луноходе, двигатели которого работают от солнечных батарей. Средняя скорость лунохода 10 км/ч. Возможна ли такая экспедиция?

147. Сколько времени прошло от соединения до противостояния планеты, если блеск ее за это время увеличился на $0{,}85^m$? Орбиту планеты считать круговой и лежащей в плоскости эклиптики.

148. На искусственном спутнике, обращающемся вокруг Земли, т.е. постоянно свободно падающем на нее, космонавты не ощущают силу тяжести: у них невесомость. А на самой Земле, точно так же обращающейся вокруг Солнца, мы чувствуем силу тяжести. Почему?

10–11 классы

149. В романе А.Азимова «Немезида» космическая станция движется по круговой околоземной орбите так, что, «если смотреть со станции, то Земля и ее естественный спутник никогда не разделялись более чем на 15 градусов». При этом «в небе станции Земля и Луна постоянно изменяли положение и фазы». Может ли это быть?

150. В книге С. и Ж. Миттон «Астрономия» есть такое утверждение: «Пыль и газ рассеяны в глубинах космоса и загораживают от нас звезды Млечного Пути. Как много этого тумана находится в далеком пространстве? Он заслоняет так много света, что, если бы нам удалось каким-то образом сдуть его прочь, ты смог бы с легкостью читать ночью книгу при ярком свете одного лишь Млечного Пути.» Насколько справедливо это утверждение?

151. С какой минимальной и какой максимальной скоростью может столкнуться метеорное тело с искусственным спутником Земли, находящимся на низкой круговой орбите?

Российские олимпиады

I Российская олимпиада (1994 год, 15–20 мая, г. Ярославль)

Теоретический тур

8–9 классы

152. Почему самые продолжительные солнечные затмения наблюдаются в тропических странах?

153. 12 знаков Зодиака имеют одинаковую протяженность по эклиптике. В каком из них Солнце находится наименьшее время?

154. Комета Галлея обращается вокруг Солнца за 76 лет, а планета Нептун – за 165 лет. Кто из них более удален от Солнца в точке афелия своей орбиты?

155. Почему у молодой Луны хорошо видна неосвещенная Солнцем поверхность (пепельный свет Луны), а в момент солнечного затмения она не видна?

156. От звезды 0^m на квадратный сантиметр земной поверхности падает около одного миллионов фотонов в секунду. Сколько фотонов попадет на фотопластинку от звезды 20^m за один час, если диаметр объектива телескопа один метр?

(В комплекте заданий была также задача 22.)

10–11 классы

157. Космический корабль опустился на астероид диаметром 1 км и средней плотностью 2,5 г/см^3. Космонавты решили объехать астероид по экватору на вездеходе за 2 часа. Смогут ли они это сделать?

158. Три звезды одинаковых масс образуют равносторонний треугольник со стороной L и движутся вокруг общего центра масс по круговой орбите с периодом T. Найдите массы звезд.

159. Параллакс Альтаира (α Орла) $\pi = 0{,}198''$, собственное движение $\mu = 0{,}658''$ в год, лучевая скорость $V_r = -26$ км/с, звездная величина $m = 0{,}89^m$. Когда и на какое наименьшее расстояние Альтаир приблизится к Солнцу, и каким будет тогда его блеск?

160. Какой вид имеет спектр быстро вращающейся планеты, если щель спектрографа направлена вдоль ее экватора?

161. Сколько раз в году Луна бывает в зените на экваторе? (В комплекте заданий была также задача 37.)

Творческий тур

8–9 классы (одна из двух задач на выбор)

162. Обнаружена комета, орбита которой в перигелии и афелии касается орбит планет Марса и Земли. Что можно сказать об этой комете (период обращения, скорость встречи с планетами, устойчива ли орбита, условия наблюдения и т.п.)?

163. Вам предложено сделать телескоп для визуального наблюдения Луны и планет, используя при этом лишь одну линзу. Возьметесь ли вы за это задание? Если да, то какую линзу закажете (укажите диаметр и фокусное расстояние)? Каковы при этом будут характеристики вашего телескопа (увеличение, поле зрения и т.п.)?

10–11 классы

164. Для захоронения радиоактивных отходов предложено отправлять их на Солнце или выводить за пределы Солнечной системы. Предложите наиболее экономичный способ, как это сделать.

II Российская олимпиада (1995 год, 12–17 мая, г. Рязань)

Теоретический тур

8–9 классы

165. В какое время суток на данную область земной поверхности (например, Рязанскую область) в среднем выпадает больше метеорного вещества?

166. С какой планеты можно наблюдать наиболее продолжительное полное затмение Солнца? Параметры самых больших спутников различных планет даны в таблице:

Спутник	$R_{сп}$ (км)	$R_{орб}$ (тыс.км)	$T_{сп}$ (сут)
Луна	1738	384	27,3
Каллисто	2400	1880	16,7
Титан	2575	1222	16,0
Оберон	815	581	13,5
Тритон	1600	395	5,8
Нереида	100	6212	358
Харон	630	19,6	6,4

167. Оцените, на какую максимальную высоту над горизонтом поднимется сегодня (14 мая 1995 г.) в Рязани Солнце. В какое время это произойдет? Географическая широта Рязани φ = 54°37′ с.ш., долгота λ = 39°44′ в.д.

(В комплекте заданий были также задачи 14 и 50.)

10–11 классы

168. Два астероида находятся на одном расстоянии от Солнца. Один – темный, поглощающий практически все падающее на его поверхность излучение, второй – светлый, отражающий половину падающей энергии. Первый астероид имеет среднюю температуру поверхности –100°С. Какова средняя температура поверхности второго?

169. В плоскости симметрии звездного диска галактики располагается тонкий (по сравнению с диском) слой поглощающего вещества (межзвездной пыли), который ослабляет втрое проходящий через него свет (идущий к наблюдателю). На сколько звездных величин галактика выглядела бы ярче, если бы этой пыли не было? Луч зрения не лежит в плоскости галактики.

170. В двойной системе, состоящей из двух одинаковых звезд солнечной массы ($2 \cdot 10^{30}$ кг), линии H_α (6563 Å) периодически раздваиваются, и их компоненты расходятся на 1,3 Å. Найдите линейное расстояние между звездами, если луч зрения лежит в плоскости орбиты.

(В комплекте заданий были также задачи 4 и 14.)

Творческий тур

8–9 классы

171. Предложите обоснованный проект защиты Земли от астероидов и других опасных для жителей Земли небесных тел.

10–11 классы

См. задачу 24.

III Российская олимпиада (1996 год, 11–15 мая, г. Калуга)

Теоретический тур

8–9 классы

172. Перед вами (см. таблицу 1 на с.47) данные о комете Hyakutake 1996 B2 (файл из сети Internet). Используя нужные данные, объясните, почему ожидаемая звездная величина кометы имеет два минимума, т.е. сначала уменьшается, потом возрастает, затем опять уменьшается и опять возрастает.

173. Перед вами (см. таблицу 1) данные о комете Hyakutake 1996 B2 (файл из сети Internet). Как объяснить имеющееся в таблице противоречие: с одной стороны, согласно вычисленному эксцентриситету, орбита кометы является гиперболической; с другой же, вычислен период ее обращения вокруг Солнца, что говорит об эллиптической орбите?

Таблица 1

Информация о эфемеридах и параметрах орбиты для кометы 1996 B2 Hyakutake

Don Yeomans – JPL, 22.02.1996

Объект: Комета 1996 B2 Hyakutake
Число наблюдений: 219
Период наблюдений: 01.01.1996 – 18.02.1996

Элементы орбиты, эпоха 2450206.50000 = 1996, Май, 3.00000

Эксцентриситет	e	1.000019546
Время прохождения перигелия	Tp	1996, Май, 1.42385
Период обращения вокруг Солнца (лет, очень приблизительно)	18400	

Эфемериды для кометы 1996 B2 Hyakutake

1996 Date (0 hrs UT)	R.A. J2000	Dec.	Delta	Deldot	r	Theta	Beta	Moon	TMag
Mar 12	14 55 14.82	−17 20 25.6	0.455	−56.53	1.310	125.3	38.2	26	5.0
Mar 14	14 55 23.90	−15 11 34.0	0.390	−55.88	1.271	127.9	38.1	55	4.5
Mar 16	14 55 15.54	−12 10 16.4	0.326	−54.88	1.232	130.6	37.8	84	4.0
Mar 18	14 54 41.08	−07 40 28.4	0.263	−53.17	1.192	133.6	37.2	114	3.4
Mar 20	14 53 22.63	−00 27 09.6	0.204	−49.82	1.152	136.4	36.6	142	2.7
Mar 22	14 50 35.14	+12 18 24.5	0.150	−42.11	1.111	137.2	37.5	154	1.8
Mar 24	14 43 40.09	+36 11 54.5	0.111	−22.61	1.070	128.7	46.7	125	1.0
Mar 26	14 11 52.77	+71 34 19.3	0.104	12.22	1.028	104.0	70.3	84	0.7
Mar 28	04 06 54.45	+78 57 39.1	0.135	37.35	0.985	80.6	91.6	66	1.1
Mar 30	03 22 12.78	+63 37 12.9	0.185	47.51	0.942	67.0	102.6	75	1.6
Apr 1	03 13 42.23	+54 59 43.7	0.242	51.60	0.898	58.8	107.8	95	2.0
Apr 3	03 09 48.97	+49 41 12.7	0.303	53.52	0.854	53.2	110.3	118	2.2
Apr 5	03 07 18.49	+46 06 10.4	0.366	54.55	0.808	48.8	111.3	140	2.4
Apr 7	03 05 18.43	+43 29 34.5	0.429	55.19	0.762	45.2	111.3	152	2.5
Apr 9	03 03 28.20	+41 28 03.3	0.493	55.64	0.715	41.9	110.7	141	2.5
Apr 11	03 01 37.43	+39 48 17.8	0.558	56.01	0.667	38.9	109.5	118	2.5
Apr 13	02 59 39.73	+38 21 59.1	0.622	56.34	0.619	36.0	107.8	92	2.4
Apr 15	02 57 30.44	+37 03 25.2	0.688	56.66	0.569	33.1	105.6	65	2.2
Apr 17	02 55 05.57	+35 48 14.3	0.753	56.98	0.519	30.3	102.6	40	2.0

Apr 19	02 52 21.35	+34 32 39.1	0.819	57.27	0.469	27.4	98.9	21	1.8
Apr 21	02 49 14.10	+33 12 53.1	0.886	57.43	0.418	24.5	94.0	27	1.4
Apr 23	02 45 40.35	+31 44 40.3	0.952	57.25	0.368	21.4	87.5	47	1.1
Apr 25	02 41 37.89	+30 02 46.1	1.017	56.21	0.320	18.2	78.9	70	0.6
Apr 27	02 37 08.41	+28 00 42.2	1.081	53.31	0.278	14.8	67.3	95	0.1
Apr 29	02 32 23.84	+25 31 45.5	1.139	46.85	0.246	11.1	52.1	120	−0.3
May 1	02 27 54.35	+22 33 11.8	1.187	35.66	0.231	7.6	35.2	147	−0.5
May 3	02 24 23.65	+19 12 23.4	1.220	21.74	0.237	5.4	23.7	173	−0.3
May 5	02 22 21.17	+15 44 31.7	1.238	9.47	0.263	6.5	26.0	153	0.2
May 7	02 21 46.17	+12 21 36.9	1.244	0.95	0.301	9.7	34.3	124	0.8
May 9	02 22 22.16	+09 08 10.0	1.242	−4.35	0.347	13.2	41.8	94	1.4
May 11	02 23 52.24	+06 04 09.6	1.235	−7.51	0.396	16.8	47.5	66	1.9
May 13	02 26 03.81	+03 08 01.6	1.225	−9.32	0.447	20.3	51.7	39	2.4
May 15	02 28 48.32	+00 17 58.0	1.213	−10.28	0.497	23.7	54.7	16	2.9
May 17	02 32 00.07	−02 27 36.8	1.201	−10.67	0.548	27.0	56.8	21	3.3
May 19	02 35 35.32	−05 10 01.0	1.189	−10.67	0.598	30.2	58.3	43	3.6
May 21	02 39 31.63	−07 50 16.6	1.177	−10.38	0.646	33.3	59.2	65	4.0
May 23	02 43 47.45	−10 29 11.0	1.165	−9.85	0.695	36.4	59.8	87	4.2
May 25	02 48 21.88	−13 07 19.3	1.154	−9.13	0.742	39.4	60.0	108	4.5
May 27	02 53 14.50	−15 45 06.1	1.144	−8.24	0.788	42.3	59.9	127	4.8
May 29	02 58 25.27	−18 22 46.8	1.135	−7.20	0.834	45.3	59.7	142	5.0

R.A. J2000 Dec. – прямое восхождение и склонение (эпоха 2000) (поправки, связанные с временем прохождения света, учтены)
Delta – геоцентрическое расстояние до объекта в а.е.
Deldot – геоцентрическая радиальная скорость объекта в км/с
r – гелиоцентрическое расстояние до объекта в а.е.
Theta – угол Солнце–Земля–Объект в градусах
Beta – угол Солнце–Объект–Земля в градусах
Moon – угол Объект–Земля–Луна в градусах
Tmag – ожидаемая звездная величина

174. Наблюдая со своей планеты за ночной Калугой, марсиане заметили, что во времена великих противостояний Земли и Марса этот город выглядит звездой 17-й величины. Оцените, какое примерно число фонарей горит ночью в Калуге, если в среднем один калужский фонарь с расстояния 250 метров светит, как полная Луна (звездная величина полной Луны около -13^m). Расстояние от Земли до Марса во времена великих противостояний равно a = 0,38 а.е.

175. Как отличаются между собой линейные скорости космонавтов, находящихся на Луне, если один из них видит Землю в зените, а второй находится в диаметрально противоположной точке лунного шара? Радиус Луны 1740 км.

(В комплекте заданий были также задачи 36 и 74.)

10 класс

176. На какой широте проходит южная граница территории, в пределах которой хотя бы одну ночь в году не прекращаются навигационные сумерки (центр Солнца не опускается под горизонт ниже чем на 12°)? Плоскость небесного экватора наклонена к эклиптике на $\varepsilon = 23°27'$.

177. Перед вами (см.таблицу 1 на с.47) данные о комете Hyakutake 1996 B2 (файл из сети Internet). Вычислите по этим данным скорость кометы в перигелии.

178. Как известно, солнечные сутки удлиняются на 0,0017 секунды в столетие. Оцените, какую ошибку мы сделаем при вычислении места наблюдения солнечного затмения в 2004 году до нашей эры, если будем считать сутки неизменными (равными по продолжительности сегодняшним).

179. Пульсар, излучающий радиоимпульсы с постоянной частотой в собственной системе отсчета, равномерно движется в пространстве относительно Земли. Как будет изменяться наблюдаемая на Земле частота импульсов со временем (из-за эффекта Доплера)? Направление движения пульсара произвольное.

(В комплекте заданий были также задачи 36 и 173.)

11 класс

180. В известном романе Г.Уэллса «Машина времени» первый в истории литературы путешественник во времени рассказывает: «Наконец, больше чем через 30 миллионов лет, огромный красный купол Солнца заслонил собой десятую часть неба... Местами виднелись пятна снега, ужасный холод окружал меня.» Какие ошибки (с астрономической и физической точек зрения) допустил автор?

181. Спутник наблюдается низко над горизонтом. Куда (выше, ниже, точно) надо нацелить оптический лазер, чтобы его луч «попал» в спутник? Учтите рефракцию.

182. Пульсар, находящийся вблизи полюса эклиптики и имеющий массу $4 \cdot 10^{33}$ г (две массы Солнца), излучает импульсы с периодом 1 с. Точные измерения получаемых сигналов показали, что их период не строго постоянен и меняется с периодичностью 1 год с амплитудой 10^{-8} с. Спутник какой массы, обращающийся вокруг пульсара по круговой орбите, может вызвать эти изменения?

(В комплекте заданий были также задачи 176, 177 и 179.)

Практический тур

8–9 классы

183. У вас на руках фотография околополярной области неба с кометой Hyakutake 1996 B2 (рис.3, автор фото – Данила Чичмарь) и звездная карта. Фотография представляет собой полное увеличение с негатива 24×36 мм, полученного при

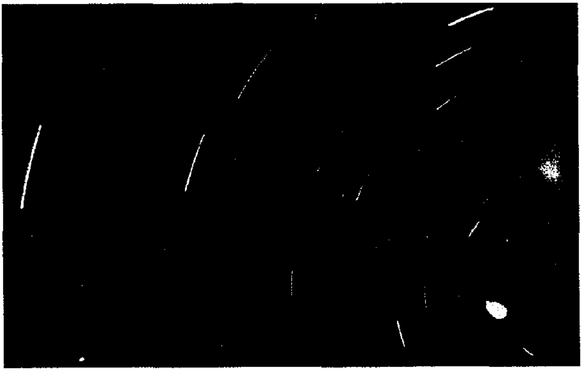


Рис. 3

фотографировании неподвижной камерой. Используя эти материалы, а также линейку, бумагу (кальку), транспортир и карандаш, попробуйте выполнить следующие задания:

1. Оцените, с какой экспозицией был сделан снимок.
2. Отметьте на звездной карте две самые яркие звезды, получившиеся на фотографии, а также положение кометы.
3. Определите угловой размер снимка (в градусах) и размер видимого хвоста кометы.
4. Определите фокусное расстояние камеры, с помощью которой сделан снимок.

10–11 классы

184. В ваше распоряжение предоставлены фотографии (ксерокопии) спектров далеких звездных систем (галактик), на которых показаны линии поглощения H и K ионизированного кальция по отношению к ярким линиям паров железа в спектре земного источника (рис.4). Известно, что спектры сделаны на разных телескопах с использованием дифракционных спектрографов. Длины волн (в ангстремах) в спектре сравнения надпи-

Рис. 4

саны около самих линий. Длины волн линий H и K в земных условиях равны соответственно 3968 Å и 3964 Å. Какую информацию об этих звездных системах (галактиках) вы могли бы получить по положению линий в спектрах?

IV Российская олимпиада *(1997 год, 7–12 апреля, г. Троицк)*

Теоретический тур

8–9 классы

185. Две звезды имеют одно и то же прямое восхождение и разные склонения. На какой географической широте они восходят и заходят одновременно?

186. Эксцентриситет эллиптической орбиты Плутона составляет $e = 0{,}249$ (в отличие от большинства других планет, для которых – кроме Меркурия – экцентриситет не превышает 0,1 и орбиты являются практически круговыми). Во сколько раз афелий Плутона больше его перигелия? Нарисуйте в удобном масштабе орбиты Плутона и планет-гигантов и положение Солнца по отношению к ним.

187. Почему на Земле или любой другой планете происходит смена дня и ночи? Конечно, скажете вы, потому что она вращается вокруг оси. Но это далеко не полный ответ. Подумайте:

– может ли так быть, что планета вращается вокруг оси, а смены дня и ночи не происходит;

– может ли так быть, что планета не вращается вокруг оси, а смена дня и ночи происходит?

Если хотя бы один раз вы скажете «да», то вам придется поискать новый, более полный ответ на вопрос, при каких условиях нигде на планете не происходит смена дня и ночи.

188. Во время полного солнечного затмения 9 марта 1997 года в Читинской области видимые угловые радиусы Луны и Солнца составляли $\rho_Л = 16'41''$ и $\rho_\odot = 16'07''$ соответственно. Используя эти данные, оцените, какое максимальное время можно было наблюдать полное солнечное затмение. Как следует выбирать точку (или местность) наблюдений, чтобы в этом месте затмение наблюдалось наиболее продолжительное время? Эффекты, связанные с суточным вращением Земли, не учитывайте.

189. Вам даны (см. таблицу 2) некоторые сведения об орбите и эфемеридах кометы Хейла-Боппа 1995 O1 (файл из сети Internet). Определите, в течение какого периода времени комета

Таблица 2

Информация о эфемеридах и параметрах орбиты для кометы Hale-Bopp (1995 O1)
Don Yeomans – JPL, 04.03.1997

Объект: Комета Hale-Bopp (1995 O1)
Число наблюдений: 1892
Период наблюдений: 01.01.1996 – 03.03.1997

Элементы орбиты:

Эксцентриситет	e	0.995103273
Время прохождения перигелия	Tp	1997, Апрель, 1.13843

Эфемериды для кометы Hale-Bopp (1995 O1)

Date (UT)	R.A. J2000	Dec.	Delta	Deldot	r	Theta	Beta	Moon	TMag
1997 Mar 1	21 21 58.51	+33 17 10.4	1.489	−25.61	1.067	45.7	41.7	96	0.7
1997 Mar 3	21 33 24.71	+34 48 23.2	1.460	−23.93	1.050	46.0	42.7	80	0.6
1997 Mar 5	21 45 43.35	+36 19 00.2	1.434	−22.08	1.033	46.1	43.8	64	0.5
1997 Mar 7	21 58 58.18	+37 47 56.4	1.409	−20.06	1.018	46.2	44.7	51	0.4
1997 Mar 9	22 13 12.31	+39 13 55.2	1.387	−17.88	1.003	46.2	45.7	45	0.3
1997 Mar 11	22 28 27.81	+40 35 29.3	1.368	−15.54	.989	46.2	46.5	50	0.2
1997 Mar 13	22 44 45.16	+41 51 03.0	1.352	−13.06	.976	46.1	47.2	62	0.2
1997 Mar 15	23 02 02.69	+42 58 55.2	1.338	−10.45	.964	46.0	47.9	76	0.1
1997 Mar 17	23 20 16.06	+43 57 25.1	1.328	−7.74	.953	45.7	48.4	90	0.1
1997 Mar 19	23 39 17.88	+44 44 58.2	1.320	−4.96	.944	45.5	48.8	104	0.0
1997 Mar 21	23 58 57.57	+45 20 13.8	1.316	−2.14	.936	45.2	49.0	117	0.0
1997 Mar 23	00 19 01.77	+45 42 12.1	1.315	.70	.929	44.8	49.1	129	0.0

1997 Mar 25	00 39 15.11	+45 50 19.9	1.318	3.50	.923	44.4	49.1	138	−0.1
1997 Mar 27	00 59 21.42	+45 44 34.0	1.323	6.25	.919	43.9	48.9	141	−0.1
1997 Mar 29	01 19 05.04	+45 25 21.1	1.332	8.92	.916	43.4	48.5	134	−0.1
1997 Mar 31	01 38 12.12	+44 53 34.6	1.344	11.46	.914	42.9	48.0	120	0.0
1997 Apr 2	01 56 31.49	+44 10 28.9	1.359	13.86	.914	42.3	47.4	101	0.0
1997 Apr 4	02 13 55.10	+43 17 31.9	1.376	16.11	.916	41.7	46.6	80	0.0
1997 Apr 6	02 30 18.03	+42 16 18.2	1.396	18.17	.918	41.1	45.7	57	0.0
1997 Apr 8	02 45 38.20	+41 08 22.5	1.418	20.05	.922	40.4	44.7	37	0.1
1997 Apr 10	02 59 55.78	+39 55 14.6	1.442	21.75	.928	39.7	43.6	26	0.2
1997 Apr 12	03 13 12.67	+38 38 16.4	1.468	23.26	.935	39.0	42.5	35	0.2
1997 Apr 14	03 25 31.96	+37 18 39.9	1.496	24.58	.943	38.3	41.3	52	0.3
1997 Apr 16	03 36 57.43	+35 57 26.8	1.525	25.73	.952	37.6	40.0	72	0.4
1997 Apr 18	03 47 33.25	+34 35 28,4	1.555	26.71	.962	36.8	38.7	92	0.4
1997 Apr 20	03 57 23.66	+33 13 26.6	1.586	27.54	.974	36.1	37.4	113	0.5
1997 Apr 22	04 06 32.83	+31 51 54.7	1.619	28.21	.987	35.3	36.0	135	0.6
1997 Apr 24	04 15 04.70	+30 31 18.6	1.651	28.75	1.001	34.5	34.7	156	0.7
1997 Apr 26	04 23 02.98	+29 11 57.7	1.685	29.17	1.015	33.7	33.4	167	0.8
1997 Apr 28	04 30 31.06	+27 54 06.3	1.719	29.47	1.031	32.9	32.1	148	0.9
1997 Apr 30	04 37 32.03	+26 37 54.3	1.753	29.66	1.047	32.1	30.8	123	1.0
1997 May 2	04 44 08.68	+25 23 27.9	1.787	29.76	1.065	31.4	29.5	96	1.1
1997 May 4	04 50 23.48	+24 10 50.7	1.822	29.77	1.083	30.6	28.3	69	1.2
1997 May 6	04 56 18.66	+23 00 03.9	1.856	29.70	1.102	29.8	27.1	41	1.3
1997 May 8	05 01 56.16	+21 51 06.8	1.890	29.56	1.121	29.1	25.9	15	1.4
1997 May 10	05 07 17.73	+20 43 57.6	1.924	29.37	1.141	28.3	24.8	12	1.5
1997 May 12	05 12 24.90	+19 38 33.2	1.958	29.12	1.161	27.6	23.8	35	1.5
1997 May 14	05 17 19.06	+18 34 50.1	1.992	28.82	1.182	26.9	22.8	58	1.6
1997 May 16	05 22 01.43	+17 32 44.1	2.025	28.49	1.204	26.3	21.8	81	1.7
1997 May 18	05 26 33.10	+16 32 10.7	2.057	28.12	1.226	25.6	20.9	104	1.8
1997 May 20	05 30 55.05	+15 33 05.3	2.090	27.72	1.248	25.0	20.0	128	1.9
1997 May 22	05 35 08.15	+14 35 23.2	2.121	27.30	1.271	24.4	19.2	152	2.0

R.A. J2000 Dec. – прямое восхождение и склонение (эпоха 2000) (поправки, связанные с временем прохождения света, учтены)
Delta – геоцентрическое расстояние до объекта в а.е.
Deldot – геоцентрическая радиальная скорость объекта в км/с
r – гелиоцентрическое расстояние до объекта в а.е.
Theta – угол Солнце–Земля–Объект в градусах
Beta – угол Солнце–Объект–Земля в градусах
Moon – угол Объект–Земля–Луна в градусах
Tmag – ожидаемая звёздная величина

является незаходящей в городе Троицке, географические координаты которого $\varphi = 55°30'$ с.ш. и $\lambda = 37°15'$ в.д.

190. Используя данные об орбите и эфемеридах кометы Хейла-Боппа (см. таблицу 2), определите, когда (дата, время) комета поднялась (поднимется) на максимальную высоту. Какова эта максимальная высота (в Троицке $\varphi = 55°30'$ с.ш. и

$\lambda = 37°15'$ в.д.)? Можно ли в течение тех суток наблюдать комету невооруженным глазом?

10 класс

191. Путешествуя по Крымскому полуострову, группа любителей астрономии захотела пронаблюдать центр шарового скопления ω Центавра ($\alpha = 13^h27^m$, $\delta = -47°30'$). Смогут ли они это сделать? Если да, то где и как, если нет, то почему. Рефракцию вблизи горизонта считать равной 1°. Атмосферное поглощение не учитывать.

192. Определите максимально возможную скорость ледяного метеорита, с которой он должен влететь в земную атмосферу с начальной температурой −50 °C, чтобы хотя бы небольшая часть его, потеряв скорость, могла достичь поверхности Земли в твердой форме. Считать, что вся энергия движения уходит на нагрев, плавление и испарение. Пренебречь изменением потенциальной энергии при движении в атмосфере. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c_в = 4{,}2 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплоемкость льда $c_л = 2{,}1 \cdot 10^3$ Дж/(кг·К), удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

193. Обе компоненты двойной звезды принадлежат спектральному классу А3 (температура 9500 К). Спутник на 8 звездных величин слабее. Главная звезда с массой, равной двум массам Солнца, видна в фокусе эллипса, который описывает спутник. Большая полуось эллипса видна под углом 2,5″. Период обращения звезды 177 лет. Оцените приблизительно расстояние до звезд.

194. Дополнительно к вопросу задачи 188 объясните (качественно), как повлияют на продолжительность затмения эффекты, связанные с суточным вращением Земли.

195. Вам даны (см. таблицу 2 на с.52) некоторые сведения об орбите и эфемеридах кометы Хейла-Боппа 1995 О1 (файл из сети Internet). Взяв необходимые данные, вычислите (оцените) период обращения кометы вокруг Солнца. Насколько точной можно считать вашу оценку?

(В комплекте заданий была также задача 190.)

11 класс

196. Звезда находится на расстоянии $R_0 = 8$ кпк от центра сферической галактики и имеет скорость $V = 450$ км/с, направленную строго от центра. Полный радиус галактики $R_g = 30$ кпк. Круговые скорости (т.е. скорости движения по круговым орбитам) на расстояниях 8 и 30 килопарсек равны $V_0 = 250$ км/с и $V_g = 150$ км/с соответственно. На какое максимальное расстояние от центра галактики удалится звезда? Какую скорость должна иметь звезда, чтобы навсегда покинуть галактику? При вычислениях для простоты считать, что сила притяжения в галактике в интервале расстояний от R_0 до R_g изменяется по линейному закону.

197. Дополнительно к вопросу задачи 193 оцените приблизительно видимую звездную величину этой двойной системы.

198. Наблюдаемая астрономами на Земле разность звездных величин в синей и желтой областях спектра, называемая показателем цвета звезды B-V, равна 0,22, но этот показатель цвета искажен поглощением межзвездной пылью, которое ослабляет свет звезды. В спектральном диапазоне B свет ослабляется в $\alpha_B = 2{,}5$ раза, в диапазоне V – в $\alpha_V = 2$ раза. Найдите истинный показатель цвета звезды (в отсутствие поглощения). К какому классу может принадлежать эта звезда?

(В комплекте заданий были также задачи 192, 194 и 195.)

Практический тур

8–9 классы

199. Даны два фотоснимка (на рисунке 5 в качестве примера приведен один из снимков) и эфемериды кометы Хейла-Боппа (см. таблицу 2 на с.52), а также математические вычислительные таблицы, калька, карандаш, линейка, транспортир. По этим

Рис. 5

двум фотоснимкам кометы (полученным специально для IV Российской астрономической олимпиады Данилой Чичмарем с интервалом ровно 24 часа, соответственно 3 и 4 марта 1997 года, на наблюдательной базе в Звенигороде) определите тангенциальную и лучевую скорости кометы (в км/с). Известно, что фокусное расстояние объектива астрографа 500 мм, а фотоснимок представляет собой увеличенный полный фотокадр, имеющий размер 24 × 36 мм.

10–11 классы

См. задачу **199**.

200. Оцените погрешность, с которой можно решить задачу 199.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

1. Обозначим расстояние от Земли до αLMa через l_α, до βLMa – через l_β, а расстояние между звездами – через $l_{\alpha\beta}$ (рис.1). Известно, что поток света от звезды обратно пропорционален квадрату расстояния до нее, поэтому поток света от α, доходящий до β, будет в $\left(l_{\alpha\beta}/l_\alpha\right)^{-2}$ раз отличается от потока, доходящего до Земли. Следовательно, звездная величина, видимая с β, будет на $\frac{5}{2}\lg\left(l_{\alpha\beta}/l_\alpha\right)^{-2} = 5\lg\left(l_\alpha/l_{\alpha\beta}\right)$ отличаться от видимой с Земли, т.е.

$$m_* = m_\alpha + 5\lg\left(l_\alpha/l_{\alpha\beta}\right).$$

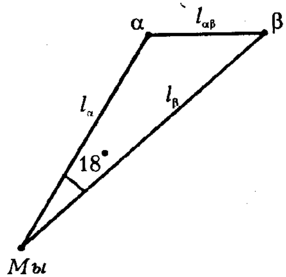


Рис.1

По теореме косинусов упомянутые расстояния связаны между собой соотношением

$$l_{\alpha\beta}^2 = l_\alpha^2 + l_\beta^2 - 2l_\alpha l_\beta\cos\delta,$$

где $\delta = 18°$ – угол между направлениями на звезды. Кроме того, зная разность видимых с Земли звездных величин β и α, можно найти отношение расстояний до них:

$$l_\beta/l_\alpha = 10^{\left(m_\beta - m_\alpha\right)/5}.$$

Окончательно для искомой величины получаем

$$m_* = m_\alpha + \frac{5}{2}\lg\left\{1 + 10^{2\left(m_\beta - m_\alpha\right)/5} - 2\cdot10^{\left(m_\beta - m_\alpha\right)/5}\cos\delta\right\} \approx 0{,}53^m.$$

2. Приблизительно и просто задачу можно решить, исходя из следующих соображений. Будем смотреть на запад (W – точка Запада) и спроецируем движение Солнца на перпендикулярную нашему взгляду плоскость (рис.2). Расстояния на этой плоскости по-прежнему будем измерять в градусах. Тогда линия AW – это траектория движения центра солнечного дис-

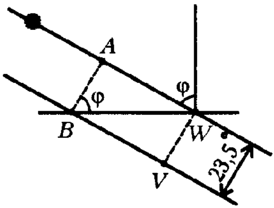


Рис. 2

ка в дни равноденствий (когда склонение Солнца нулевое), BV – в день зимнего солнцестояния. Обе эти траектории наклонены к вертикали под углом, равным широте местности, т.е. 56°, а расстояние WV между ними равно (по модулю) склонению Солнца в день зимнего солнцестояния, т.е. 23,5°. В своем движении по небосклону Солнце пересекает линию WV всегда в 18 часов среднего солнечного времени.

Таким образом, заход произойдет раньше 18 часов на время, которое требуется Солнцу, чтобы преодолеть расстояние $BV = WV\,\mathrm{tg}\,\varphi \approx 35°$. Зная, что 15° Солнце проходит за 1 час, получаем, что заход произойдет раньше 19^h00^m на 2 часа 19 минут, т.е. в 15^h40^m местного астрономического времени. Уравнение времени в конце декабря близко к нулю.

Местное астрономическое время отличается от гринвичского на $\Delta t = \lambda\left(1^h/15°\right)$, причем если долгота местности λ – восточная, то местное время больше гринвичского. Значит, в то время, когда в Черноголовке заходит Солнце, в Гринвиче будет $15^h41^m - 38{,}5\left(1^h/15°\right) \approx 13^h07^m$. Прибавив разницу во времени (зимой – 3 часа), получаем по Московскому времени примерно 16^h07^m. Следовательно, с учетом точности наших вычислений (сделанных приближений) можно сказать, что в дни зимнего солнцестояния Солнце в Черноголовке заходит примерно в четыре часа.

3. Предположим для начала, что спутник, масса которого m, движется по круговой орбите в непосредственной близости от поверхности планеты массой M, так что большая полуось орбиты спутника равна радиусу планеты R. Тогда можно записать

$$\frac{GMm}{R^2} = \frac{m(2\pi R/T)^2}{R}, \text{ или } GM = \frac{2^2\pi^2 R^3}{T^2}.$$

Поскольку $M = 4/3\,\pi\rho R^3$, для плотности планеты получаем

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2}.$$

Если спутник движется по какой-либо другой орбите, то величина ρ будет не плотностью планеты, а отношением массы планеты к $4/3\,\pi a^3$ (a – большая полуось орбиты). Поскольку всегда $a \geq R$, о плотности планеты можно сказать, что она больше или равна

$$\rho = \frac{3\pi}{GT^2} \approx 6{,}1 \cdot 10^7 \ \text{кг/м}^3 .$$

4. Можно считать, что движение спутника все время происходит по круговой орбите, а сила сопротивления только уменьшает общую энергию спутника, равную

$$E = -\frac{GMm}{R} + \frac{mV^2}{2},$$

или, учитывая, что $V^2 = GM/R$,

$$E = -\frac{mV^2}{2}.$$

Изменение полной энергии за один оборот вокруг Земли равно $-2\pi RF$, поэтому

$$-\frac{mV^2}{2} - 2\pi RF = -\frac{m(V + \Delta V)^2}{2}.$$

Важно отметить, что скорость спутника увеличивается, несмотря на уменьшение полной энергии. Учитывая, что $\Delta V \leq V$ и $V = \sqrt{gR}$, получаем

$$\Delta V = \frac{2\pi F\sqrt{R}}{M\sqrt{g}} \approx 0{,}018 \ \text{м/с}.$$

5. Большая полуось орбиты a, по которой космический корабль совершает перелет, очевидно, будет равна полусумме радиусов орбит Земли и Марса (рис.3):

$$a = (a_З + a_М)/2.$$

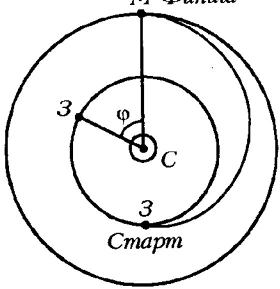


Рис. 3

По третьему закону Кеплера квадраты периодов обращения небесных тел вокруг Солнца пропорциональны кубам больших полуосей их орбит, т.е. $a_i \sim T_i^{2/3}$. Отсюда для периода обращения спутника T получаем

$$T = \left(T_З^{2/3} + T_М^{2/3}\right)^{3/2} / 2^{3/2}.$$

Время перелета τ от Земли до Марса равно половине периода обращения по орбите, следовательно,

$$\tau = T/2 = \left(T_З^{2/3} + T_М^{2/3}\right)^{3/2} / 2^{5/2} \approx 259 \ \text{сут}.$$

Для вычисления времени, в течение которого космонавтам придется ожидать на Марсе момента отправления в обратный путь по такой же орбите, заметим, что в момент прилета Земля опережает Марс на угол

$$\varphi = \omega_З \tau - \pi = 2\pi\tau/T_З - \pi,$$

где $\omega_З = 2\pi/T_З$ – угловая скорость движения Земли по орбите вокруг Солнца. В момент отправления в обратный путь Земля, очевидно, должна отставать от Марса на такой же угол φ, что соответствует опережению на угол $2\pi k - \varphi$ (где k – целое число). Для вычисления минимального времени надо найти такое минимальное k, при котором $2\pi k - \varphi > \varphi$. Из численных данных видно, что в нашем случае $k = 1$. Время, за которое опережение Земли увеличится от φ до $2\pi - \varphi$, равно

$$T_{ож} = (2\pi - 2\varphi)/(\omega_З - \omega_М),$$

где $\omega_З - \omega_М$ – относительная угловая скорость движения Земли и Марса. Поскольку

$$\omega_З - \omega_М = 2\pi/T_З - 2\pi/T_М,$$

получаем

$$T_{ож} = (1 - \varphi/\pi)/(1/T_З - 1/T_М) = (2 - 2\tau/T_З)/(1/T_З - 1/T_М) \approx 454 \text{ сут.}$$

6. Казалось бы, 1 угловая минута – это предел разрешения нашего глаза, и Солнце будет выглядеть всего лишь яркой звездой, света от которой вряд ли хватит, чтобы читать газету. Численно освещенность будет в $30^2 = 900$ раз меньше, чем на Земле. Но темно ли это? С чем можно сравнить эту освещенность? Те, кто немного занимался фотографией, могут вспомнить, насколько сильно различаются экспозиции при фотографировании в ясный солнечный день на открытом пространстве и в комнате (окна которой прямо не направлены на Солнце) – разница составляет порядка 1000 раз! Так что освещенность в ясный солнечный день на Плутоне вполне можно сравнить с освещенностью в комнате с теневой стороны дома. Можно ли днем в комнате читать «Черноголовскую газету»? Ответьте сами.

7. Увы, 2 декабря Луна вообще не взойдет. За один лунный месяц (29,5 суток) Луна проходит по небосклону на 1 оборот меньше, чем Солнце, т.е. 28,5 лунных суток равны 29,5 суткам солнечным. Лунные сутки составляют

$$24^h(29{,}5/28{,}5) \approx 24^h 50^m,$$

поэтому каждый следующий восход Луны происходит примерно через 24 часа 50 минут. После 24^h40^m 1 декабря это будет 3 декабря в 00^h30^m.

8. Хотя для наблюдателя на Южном полюсе Сатурн и находится достаточно высоко, на высоте $h = -\delta = 21°17'$, и светит он достаточно ярко (для ночного неба), увидеть его не удастся: на Южном полюсе сейчас полярный день.

9. Высота верхней кульминации Альтаира равна

$$h = 90° - \varphi + \delta = 42°43'.$$

10. На одну звезду приходится объем 10 пк^3, характерный линейный размер этого объема космического пространства составляет $10^{1/3}$ пк = 2,15 пк, однако точность до сотых, даже до десятых долей здесь неуместна. Правильней ответить: около 2 парсек или 7 световых лет.

11. Оба случая, для которых даны видимые звездные величины, соответствуют наблюдениям звезд с одного и того же расстояния (расстояния между звездами). Поэтому разница в их абсолютных звездных величинах в точности соответствует разнице в видимых звездных величинах, т.е. $m_\varkappa - m_\varepsilon = M_\varkappa - M_\varepsilon$. Отсюда находим

$$M_\varkappa = M_\varepsilon + m_\varkappa - m_\varepsilon = 2{,}18^m.$$

12. Если мы пренебрегаем всеми планетами, кроме Юпитера, то центр масс Солнечной системы – это центр масс системы Солнце–Юпитер, который находится от центра Солнца на расстоянии

$$L = M_{Ю} l / (M_C + M_{Ю}) = 5{,}2/1051 \text{ а.е.} \approx 4{,}95 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.}$$

Радиус Солнца – это половина его углового размера, видимого с Земли, умноженная на радиус земной орбиты, т.е.

$$R_C = 4{,}65 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.}$$

Видим, что L больше R_C. Таким образом, в рамках сделанных в условии допущений центр масс Солнечной системы находится вне Солнца.

13. Известно, что при приближении к нам в 10 раз поток света от звезды увеличивается в 100 раз и ее звездная величина уменьшается на 5^m. Проксима Центавра ближе к нам, чем Большое Магелланово облако, в 55000 / 1,3 = 42000 раз. Приближение в 10000 раз даст нам уменьшение звездной величины на 20^m, приближение еще в 4,2 раза – еще примерно на 3^m (точнее – на $3{,}1^m$, но такой точности при оценке не требуется). Таким образом,

$$m_с = m_0 - 23^m \approx -20^m.$$

Заметим, что это примерно в 1000 раз ярче Луны в полнолуние и всего лишь в 400 раз слабее Солнца. (Более того, это в несколько раз больше освещенности в комнате с теневой стороны дома – см. решение задачи 6.)

14. Столь большой период обращения пуль говорит о том, что орбиты их – почти параболические, т.е. полная энергия (кинетическая плюс потенциальная) каждой пули равна нулю, а ее начальная скорость примерно равна второй космическая скорости:

$$V_0 \approx \sqrt{2GM/R}.$$

Отсюда для массы астероида M получаем

$$M \approx V_0^2 R/(2G) \approx 4{,}2 \cdot 10^{21} \text{ кг}.$$

Плотность $\rho = 0{,}75$ г/см^3 близка к плотности льда, так что это скорее ядро гигантской кометы.

15. Наименьший размер деталей на Земле определяется угловым разрешением оптической системы и угловым разрешением, ограничиваемым атмосферными условиями. Легко посчитать, что для 5-метрового телескопа дифракционное разрешение составляет $\lambda/D = 5 \cdot 10^{-7}$ м/5 м $\approx 10^{-7}$ рад, но атмосферные условия делают его в 50 раз хуже: $1'' \approx 5 \cdot 10^{-6}$ рад. При расстоянии 200 км от поверхности Земли для искомого размера получаем $L = 2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^{-6}$ м $= 1$ м. Заметим попутно, что 5-метровый телескоп для этого совсем не нужен, достаточно 10-сантиметрового.

Примечание. Мы считали, что атмосфера одинаково портит нам картину как при взгляде с поверхности Земли в космос, так и из космоса на Землю. Но, вообще говоря, это не совсем верно, поскольку основной вклад вносят нижние слои атмосферы, которые оказывают большее влияние при взгляде с Земли в космос, чем при взгляде из космоса. Поэтому при фотографировании из космоса можно ожидать разрешения деталей меньше 1 м.

16. Падение зонда на Солнце можно аппроксимировать движением по вырожденному эллипсу (с эксцентриситетом, равным единице), большая ось которого $2a$ будет равна расстоянию от Земли до Солнца l. Время обращения тела по такому эллипсу можно легко найти из третьего закона Кеплера, сравнивая это движение с обращением Земли вокруг Солнца:

$$T^2/T_З^2 = a^3/a_З^3 = a^3/l^3.$$

Время падения τ равно половине периода T, т.е.

$$\tau = T/2 = T_З(a/l)^{3/2}/2 = T_З/2^{5/2} \approx 64{,}6 \text{ сут}.$$

17. Расстояние 55 кпк – это приблизительно 180000 световых лет. Значит, свет из Большого Магелланова облака идет до нас около 180000 лет, и любое событие, которое мы видим сейчас, произошло там уже 180 тысяч лет тому назад. Вычислять точно год, в котором на самом деле произошла вспышка сверхновой, бессмысленно, поскольку точность, с которой дано расстояние до галактики, явно не превышает 1%. Правильный ответ: около 180 тысяч лет тому назад.

18. Параллаксом объекта называется угол, под которым с этого объекта был бы виден радиус орбиты Земли, т.е. 1 а.е. Очевидно, что максимальное угловое расстояние Юпитера от Солнца – это радиус его орбиты (считаем орбиту Юпитера круговой), который в 5,2 раза больше земного. Таким образом, искомый угол составляет $0{,}38'' \cdot 5{,}2 = 1{,}98''$.

19. Повторение противостояний происходит через время, за которое Земля обгоняет Марс в своем движении вокруг Солнца, т.е. за один синодический период Марса. Пусть $\omega_З$ и $\omega_М$ – угловые скорости обращения Земли и Марса вокруг Солнца. Тогда Земля обгоняет Марс на один оборот (угол 2π) за такое время τ, что $\omega_З\tau - \omega_М\tau = 2\pi$, откуда получаем

$$\tau = 2\pi/(\omega_З - \omega_М) = T_М T_З/(T_М - T_З),$$

т.е. противостояния повторяются в среднем через

$$\tau = 779{,}9 \text{ сут}.$$

Продолжительность суток на Марсе T проще всего найти из условия, что за один оборот вокруг Солнца солнечных суток ровно на одни меньше, чем звездных (т.е. чем оборотов Марса вокруг своей оси). Таким образом,

$$T_М/T = T_М/T_0 - 1,$$

откуда

$$T = T_0 T_М/(T_М - T_0) \approx 24 \text{ ч } 39{,}6 \text{ мин}.$$

20. Высота Солнца над горизонтом в полдень (максимальная высота) находится по формуле $h = 90° - \varphi + \delta$, где δ – склонение Солнца на данный момент. 23 октября $\delta \approx -11°30'$. (Оценить эту величину можно различными способами, например, интерполируя δ синусоидой с 22 сентября, когда $\delta = 0°$, по 22 декабря, когда $\delta = -23°27'$.) Таким образом, в Черноголовке 23 октября Солнце поднимается на высоту

$$h = 90° - 56°01' - 11°30' \approx 22°30'.$$

Средний астрономический полдень наступает по Гринвичу в

$$12^h - 38°24'(1^h/15°) \approx 9^h26{,}4^m.$$

Прибавив разницу во времени (в зимний период – 3 часа), получаем по Московскому времени $12^h26{,}4^m$. Кроме того, 23 октября существенна поправка, связанная с уравнением времени, около -15^m30^s. С этой поправкой кульминация Солнца 23 октября в Черноголовке бывает в 12^h11^m.

21. Сравнивая по третьему закону Кеплера движение Земли и Нептуна:

$$(T_Н/T_З)^2 = (a_Н/a_З)^3,$$

легко получить, что большая полуось орбиты Нептуна составляет

$$a_Н = a_З(T_Н/T_З)^{2/3} = 164{,}8^{2/3} \text{ а.е.} \approx 30 \text{ а.е.}$$

Большая точность нам не нужна. Таким образом, Нептун находится в 30 раз дальше от Солнца, чем Земля, и угловой диаметр нашего главного светила, видимый с Нептуна, будет примерно в 30 раз меньше, чем мы видим его с Земли, т.е. около 1'. Это чуть-чуть больше предела разрешения человеческого глаза. Теоретически можно увидеть, что Солнце не точечный объект, но только через темный светофильтр. А без светофильтра на диск Солнца с Нептуна смотреть нельзя так же, как и с Земли, – очень велика его яркость.

22. Если вывести корабль на низкую круговой орбиту и выключить двигатели, то он будет двигаться с первой космической скоростью

$$V = \sqrt{GM/R},$$

где M и R – масса и радиус исследуемой планеты. Период обращения корабля равен

$$T = 2\pi R/V = 2\pi\sqrt{R^3/(GM)}.$$

Учитывая, что средняя плотность $\rho = M/(4\pi R^3/3)$, получим

$$\rho = 3\pi/(GT^2).$$

Следовательно, определив с помощью часов период обращения корабля вокруг планеты, можно вычислить ее среднюю плотность. Заметим при этом, что период обращения нужно измерять в системе отсчета, связанной с неподвижными звездами, иначе может возникнуть немалая погрешность (вспомните, например, как отличаются на Земле звездные и солнечные сутки).

23. Согласно закону Стефана–Больцмана, светимость пропорциональна четвертой степени температуры поверхности, поэтому та часть поверхности Солнца, которая покрыта пятнами, будет давать примерно $(4500/5800)^4$ часть первоначального излучения. Если пятно распростерлось на весь видимый солнечный диск, то звездная величина Солнца увеличится на

$$\Delta m = -\frac{5}{2}\lg\frac{4500^4}{5770^4} = -10\lg\frac{4500}{5770} = 1{,}08 \approx 1{,}1.$$

24. Наиболее эффективно можно использовать гравитацию Юпитера (аналогично – других планет), если запустить корабль на такую орбиту, по которой корабль приблизился бы к Юпитеру в точке своего афелия. (Можно и в другой точке, но тогда эффект будет меньше.) Происходит при этом следующее. И Юпитер, и корабль движутся примерно в одном направлении, но скорость Юпитера $V_{Ю}$ больше скорости корабля $V_{к}$ – Юпитер как бы догоняет корабль. Теперь перейдем в систему отсчета, связанную с Юпитером. В ней корабль летит навстречу со скоростью $V_{Ю} - V_{к}$. Под действием гравитации Юпитера он сначала будет увеличивать свою скорость, а потом, после прохождения перицентра, уменьшать. В результате после этого маневра корабль изменит направление своей скорости, не изменив при этом ее величины.

Идеальный для нас случай – корабль летит относительно Юпитера по параболической траектории. Тогда направление скорости (относительно Юпитера) изменится точно на противоположное. А относительно Солнца увеличение скорости составит $2(V_{Ю} - V_{к})$. Если же корабль пролетит относительно Юпитера по гиперболической траектории (что чаще всего и бывает), то результирующая скорость будет векторной суммой орбитальной скорости Юпитера и скорости относительно Юпитера, равной по величине $V_{Ю} - V_{к}$, но направленной под некоторым углом, определяемым начальными условиями. Таким образом, скорость корабля можно изменить максимально на величину $2(V_{Ю} - V_{к})$.

Что же касается направления корабля в сторону Солнца, то само оно не поможет в разгоне корабля. Но с помощью Солнца можно сделать орбиту корабля наиболее подходящей для его последующего разгона с помощью планет.

25. Пусть R, M и ρ – радиус, масса и плотность астероида, V_1 – первая космическая скорость, G – гравитационная постоянная, m – масса камня. Вначале заметим, что период обращения тела T_0 по круговой орбите радиусом R определяется только плотностью астероида и мировыми константами (см., например, задачу 22):

$$T_0 = \sqrt{3\pi/(G\rho)}\,.$$

Сила, действующая на летящий в тоннеле камень, на расстоянии x от центра астероида равна $F = 4/3\,\pi G\rho m x$. Движение внутри тоннеля – часть колебательного движения с циклической частотой

$$\omega = \sqrt{4/3\,\pi G\rho}$$

и периодом

$$T = 2\pi/\omega = \sqrt{3\pi/(G\rho)}\,.$$

Оказалось, что $T = T_0$. Скорость камня в тоннеле меняется по закону $V = V_0 \sin\omega t$, где V_0 – скорость камня в центре астероида. Если F_1 – сила, действующая на камень на поверхности астероида, то по закону сохранения энергии можно записать

$$mV_0^2/2 = mV_1^2/2 + F_1R/2\,.$$

Так как $F_1 = mV_1^2/R$, то $V_0 = \sqrt{2}V_1$ и

$$V = \sqrt{2}V_1 \sin\omega t\,.$$

На поверхности $V = V_1$, следовательно, $\sin\omega t_{01} = 1/\sqrt{2}$. Отсюда время движения от поверхности до центра равно

$$t_{01} = \pi/(4\omega) = T_0/8\,,$$

а время движения в тоннеле до противоположной точки астероида –

$$t_1 = 2t_{01} = T_0/4\,.$$

Перейдем к движению камня вне астероида. Траекторию этого движения можно представить как часть вырожденного (очень узкого) эллипса с большой полуосью a и малой полуосью b, причем $b \to 0$ (рис.4). Для нахождения a воспользуемся законом сохранения энергии:

$$mV_1^2/2 - GmM/R = -GmM/(2a)$$

и условием движения по окружности радиусом R:

$$mV_1^2/R = GmM/R^2\,.$$

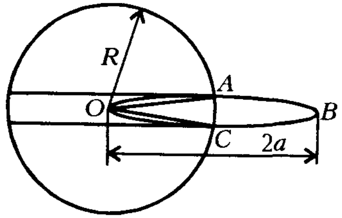


Рис. 4

Из этих двух уравнений получаем, что $a = R$. Следовательно, по третьему закону Кеплера, период движения по этому эллипсу равен периоду обращения по круговой орбите радиусом R, т.е. T_0. При движении на участке ABC радиус-вектор, проведенный из центра астероида к камню, заметает площадь S, равную сумме площадей половины эллипса и треугольника AOC:

$$S = \pi Rb/2 + 2bR/2 = (\pi + 2)Rb/2\,.$$

По второму закону Кеплера,

$$t_2/T_0 = S/(\pi ab)\,.$$

Поэтому время движения на участке ABC равно

$$t_2 = T_0S/(\pi ab) = T_0(\pi + 2)/(2\pi)\,.$$

Для возвращения в исходную точку камню нужно еще раз пролететь сквозь тоннель. Таким образом, он возвратится через время

$$\tau = t_1 + t_2 + t_1 = T_0(2\pi + 2)/(2\pi) = T_0(1 + 1/\pi)\,.$$

26. Расстояние по меридиану от полюса до полюса равно, с одной стороны, $\pi R_З$, а с другой – $180 \cdot 60$ миль, отсюда

$$R_З = 180 \cdot 60 \cdot 1852/\pi \text{ м} \approx 6367 \text{ км}.$$

Это очень близко к среднему радиусу Земли 6371 км. (В действительности экваториальный радиус Земли 6378 км, а полярный 6357 км.)

27. Во время полнолуния направление на Луну практически противоположно направлению на Солнце (так как наклон ее орбиты к плоскости эклиптики очень мал – около 5°), т.е. Луна находится примерно в той же области небесной сферы, где полгода назад находилось Солнце. Поэтому в зимнюю полночь Луна видна высоко над горизонтом, а в летнюю – весьма низко.

Что же касается яркости (или бледности) Луны, то это – результат поглощения света земной атмосферой. Такой же эффект мы наблюдаем и для Солнца – высоко над горизонтом оно существенно более яркое, чем при заходе, когда лучи света

3*

и условием движения по окружности радиусом R:

$$mV_1^2/R = GmM/R^2.$$

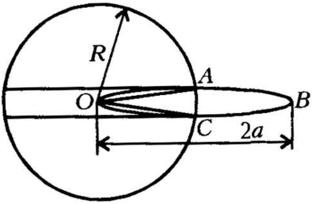


Рис. 4

Из этих двух уравнений получаем, что $a = R$. Следовательно, по третьему закону Кеплера, период движения по этому эллипсу равен периоду обращения по круговой орбите радиусом R, т.е. T_0. При движении на участке ABC радиус-вектор, проведенный из центра астероида к камню, заметает площадь S, равную сумме площадей половины эллипса и треугольника AOC:

$$S = \pi Rb/2 + 2bR/2 = (\pi + 2)Rb/2.$$

По второму закону Кеплера,

$$t_2/T_0 = S/(\pi ab).$$

Поэтому время движения на участке ABC равно

$$t_2 = T_0 S/(\pi ab) = T_0(\pi + 2)/(2\pi).$$

Для возвращения в исходную точку камню нужно еще раз пролететь сквозь тоннель. Таким образом, он возвратится через время

$$\tau = t_1 + t_2 + t_1 = T_0(2\pi + 2)/(2\pi) = T_0(1 + 1/\pi).$$

26. Расстояние по меридиану от полюса до полюса равно, с одной стороны, $\pi R_З$, а с другой – 180 · 60 миль, отсюда

$$R_З = 180 \cdot 60 \cdot 1852/\pi \text{ м} \approx 6367 \text{ км}.$$

Это очень близко к среднему радиусу Земли 6371 км. (В действительности экваториальный радиус Земли 6378 км, а полярный 6357 км.)

27. Во время полнолуния направление на Луну практически противоположно направлению на Солнце (так как наклон ее орбиты к плоскости эклиптики очень мал – около 5°), т.е. Луна находится примерно в той же области небесной сферы, где полгода назад находилось Солнце. Поэтому в зимнюю полночь Луна видна высоко над горизонтом, а в летнюю – весьма низко.

Что же касается яркости (или бледности) Луны, то это – результат поглощения света земной атмосферой. Такой же эффект мы наблюдаем и для Солнца – высоко над горизонтом оно существенно более яркое, чем при заходе, когда лучи света проходят больший атмосферный слой. Толщина земной атмосферы, через которую проходят лучи света, сильно влияет и на видимый цвет светил. Синие лучи рассеиваются атмосферой существенно больше, чем красные. Именно поэтому Солнце и Луна у самого горизонта красные.

28. Разрешение $50''$ – это около $2{,}5 \cdot 10^{-4}$ рад, а расстояние от Земли до Луны в среднем равно 384 тысячи километров, т.е. примерно $4 \cdot 10^{8}$ м. Поэтому наименьший размер объектов на Луне, видимых невооруженным глазом, составляет около $2{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 10^{8}$ м $\approx 10^{5}$ м $\approx$ 100 км. Заметим, что таков приблизительно размер наиболее крупных лунных кратеров, и некоторые зоркие люди действительно могут видеть эти кратеры невооруженным глазом.

В литературе часто встречаются данные о том, что ночью разрешающая способность человеческого глаза падает до $3'$. Это верно в том случае, когда мы рассматриваем слабо освещенные объекты. К наблюдениям звездного неба эта цифра вряд ли применима, во всяком случае проведенные составителем данного задачника опыты по разрешению в ночных условиях дали результат в $50''$.

29. Пусть $\omega_З$ и $\omega_Ю$ – угловые скорости обращения Земли и Юпитера вокруг Солнца. Тогда Земля обгоняет Юпитер на один оборот (угол 2π) за такое время T, что

$$\omega_З T - \omega_Ю T = 2\pi.$$

Отсюда находим

$$T = 2\pi/(\omega_З - \omega_Ю) = T_Ю T_З/(T_Ю - T_З) = 398{,}9 \text{ сут}.$$

30. Известно, что Земля движется вокруг Солнца по эллипсу и в своем движении 4 января проходит точку перигелия. Значит, Земля находится ближе к Солнцу в зимние для северного полушария месяцы (декабрь, январь, февраль) и, наоборот, дальше от Солнца в зимние для южного полушария месяцы (июнь, июль, август). Таким образом, в северном полушарии зима должна быть теплее (мягче), а лето – холоднее, чем в южном. Но, конечно же, на климат полушарий большее влияние оказывает множество других факторов.

31. Очевидно, что максимальная высота кульминации будет в тот момент, когда у Луны максимальное склонение. А склонение может быть в пределах от $-(\varepsilon + i)$ до $(\varepsilon + i)$, т.е. от $-28{,}6°$ до $+28{,}6°$. Таким образом, максимальная высота кульминации Луны равна

$$h = 90° - \varphi + \delta_{max} \approx 62{,}6°.$$

32. Блеск скопления четырехсот тысяч звезд больше блеска одной звезды в 400000 раз, что соответствует разности в 14 звездных величин:

$$\Delta m = \frac{5}{2}\lg 400000 \approx 14\,.$$

Вообще, расчет Δm вполне можно производить и без применения логарифмов, заметив, что $400000 = 100 \cdot 100 \cdot 100/2{,}5$, т.е. разность звездных величин равна $5 + 5 + 5 - 1 = 14$. Отсюда видимая звездная величина скопления составляет

$$m = 17 - 14 = 3.$$

33. Очевидно, «упасть» в космос можно в том случае, когда ваша скорость относительно астероида превысит вторую космическую для него. Впрочем, даже если вы превысите только первую космическую, то уже будет очень неуютно: придется весьма долго (для наших параметров это около 1 ч 45 мин) ожидать возвращения на астероид. Так что будем считать, что скорость вашего бега – а человек развивает скорость до 10 м/с – не должна быть больше первой космической, т.е.

$$V \le \sqrt{GM/R}\,.$$

Учитывая, что $M = \left(4\pi R^3/3\right)\rho$, получим

$$V \le \sqrt{4\pi G\rho/3}\,R$$

или

$$R \ge V\sqrt{3/(4\pi G\rho)} \approx 10\ \text{км}\,.$$

Таким образом, без опаски можно бегать по астероидам, диаметр которых больше 20 км.

34. Из второго закона Кеплера, сравнивая площади двух малых треугольников (в перигелии и афелии), заметаемых за одинаковое время τ, получаем

$$V_\text{п}a(1-e)\,\tau/2 = V_\text{а}a(1+e)\,\tau/2,$$

где a – большая полуось орбиты, $a(1-e)$ – расстояние от Солнца до точки перигелия, $a(1+e)$ – расстояние до точки афелия. Учитывая, что $V_\text{п}/V_\text{а} = 3$, имеем

$$(1+e)/(1-e) = 3,\ \text{и}\ e = 1/2\,.$$

35. Очевидно, что минимальная высота верхней кульминации будет в тот момент, когда у Луны минимальное склонение. А склонение может быть в пределах от $-(\varepsilon + i)$ до $(\varepsilon + i)$, т.е. от

$-28{,}6°$ до $+28{,}6°$. При этом минимальная высота верхней кульминации будет

$$h = 90° - \varphi + \delta_{\min} \approx -0{,}4°\,!$$

Таким образом, существуют дни, когда Луна вообще не поднимается над петрозаводским горизонтом.

Заметим, что существует так называемый лунный полярный круг, который проходит на широте около 61,4°. Для северного полушария – это как раз немного южнее Петрозаводска. Севернее этого круга лежит зона, где хотя бы раз в 18,6 лет (так называемый период прецессии линии узлов) бывают моменты, когда Луна во время полнолуния вообще не восходит.

36. Из третьего закона Кеплера

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$

следует, что, чем меньше радиус орбиты космического корабля, тем меньше период его обращения вокруг Солнца, так что минимальному периоду обращения соответствует минимальный радиус орбиты. А минимальный радиус орбиты корабля есть просто радиус Солнца $R_\odot$, который связан с расстоянием от Земли до Солнца L соотношением

$$a_{\min} = R_\odot = \frac{\alpha}{2} L.$$

Таким образом,

$$\frac{T_{\min}^2}{a_{\min}^3} = \frac{T_\oplus^2}{L^3},$$

где $T_\oplus = 365{,}25$ сут – период обращения Земли. Отсюда находим

$$T_{\min} = T_\oplus \left(\frac{\alpha}{2}\right)^{3/2} \approx 0{,}116 \text{ сут} \approx 2 \text{ ч } 47 \text{ мин}.$$

37. Для решения задачи можно предложить следующую физическую модель. Высота гор не может быть больше некоторой критической величины H, такой, что при дальнейшем увеличении этой высоты на ΔH подножие горы плавится, а вершина опускается на эту же величину ΔH. При этом работа силы тяжести на единицу площади составляет $\rho H g \Delta H$, где ρ – плотность скальных пород, а энергия плавления равна $\rho \Delta H \lambda$. Приравнивая эти две величины, получаем

$$H = \lambda/g \approx 68 \text{ км}.$$

Естественно, это не единственный параметр, который может определять максимальную высоту гор, но, по крайней мере, это совершенно жесткое ограничение сверху.

Примечание. Можно предложить другое, еще более жесткое ограничение, связанное с пределом прочности σ пород, образующих основание горы. Давление на основание гор не может быть выше этого предела прочности:

$$\rho g H \le \sigma,$$

откуда

$$H \le \sigma/(\rho g).$$

Возьмем для марсианских пород $\sigma \approx 2{,}5 \cdot 10^8$ Па (базальт) и $\rho \approx$ $\approx 2900 - 3900$ кг/м^3, тогда получаем

$$H \le 17 - 23 \text{ км}.$$

38. Поток света от звездной системы изменяется точно в два раза – как правило, до нас доходит свет от обеих звезд, но когда одна звезда полностью загораживает другую, то только от одной. Изменение в звездных величинах при этом составляет $5/2 \lg 2 \approx$ $\approx 0{,}75^m$.

39. Из эффекта Доплера $V/c = \Delta\lambda/\lambda$ (где c – скорость света) легко найти скорость убегания наблюдаемой галактики:

$$V = c(\Delta\lambda/\lambda).$$

По формуле Хаббла $V = HR$, где R – расстояние до галактики, получается

$$R = V/H = c(\Delta\lambda/\lambda)/H.$$

Характерный размер диаметр галактики есть $l = \alpha R$, таким образом,

$$l = \alpha c(\Delta\lambda/\lambda)/H \approx 12 \text{ кпк}.$$

Известно, что размер нашей галактики порядка $25 - 30$ кпк, т.е. наблюдаемая галактика в 2–2,5 раза меньше нашей.

40. Во время полнолуния направление на Луну практически противоположно направлению на Солнце, т.е. Луна находится примерно в той области небесной сферы, которая противоположна направлению на Солнце. С точностью до 5° это означает, что полной Луной белые медведи могут любоваться только тогда, когда Солнце находится под горизонтом, т.е. 6–7 раз в году во время полярной ночи.

Примечание. Если посчитать точно, то полная Луна может быть на Северном полюсе над горизонтом от 5 до 8 раз в году.

41. В первом приближении излучение звезд можно считать излучением абсолютно черных тел с определенной эффективной температурой. Для каждой эффективной температуры в распределении длин волн излучения существует максимум. Если звезда горячее нашего Солнца, то максимум приходится на длины волн, соответствующие голубому, синему или фиолетовому цвету (говорят, что максимум сдвинут в фиолетовую сторону), и звезда обычно кажется нам голубоватой. Если звезда холоднее, то максимум сдвинут в красную сторону – звезда кажется желтоватой, оранжевой или красной.

Казалось бы, должны быть и зеленые звезды – такие, у которых максимум излучения приходится на зеленый свет. Но... это не зеленые звезды. Как раз к таким звездам относится наше Солнце. Спектр такого абсолютно черного тела – это обычный белый свет (в окружении которого мы постоянно живем). А чтобы свет был зеленым или хотя бы зеленоватым, нужно в излучении Солнца оставить лишь центральную часть, убрав красный и фиолетовый края спектра.

42. Сам Плутон света практически не излучает, а мы видим лишь отраженный солнечный свет. На Плутон попадает световой поток, обратно пропорциональный квадрату расстояния R_1 от Солнца до Плутона, а к нам возвращается от этого излучения еще более меньшая величина, обратно пропорциональная квадрату расстояния R_2 от Земли до Плутона. Значит, интенсивность I доходящего до нас света пропорциональна $R_1^{-2}R_2^{-2}$. По сравнению с расстоянием до Плутона (в среднем около 40 а.е.) расстояние от Земли до Солнца (1 а.е.) пренебрежимо мало, поэтому можно считать, что $R_1 \approx R_2$. Таким образом,

$$I_{\text{п}}/I_{\text{а}} \approx \left(R_{\text{п}}/R_{\text{а}}\right)^{-4} = \left((1-e)/(1+e)\right)^{-4}.$$

Разница в звездных величинах составляет

$$\Delta m = \frac{5}{2}\lg\left((1-e)/(1+e)\right)^{-4} = 10\lg\left((1+e)/(1-e)\right) \approx 2{,}2^m.$$

43. Чтобы космический аппарат достиг Солнца, нужно, чтобы орбита его движения вокруг Солнца по крайней мере касалась Солнца. Таким образом, корабль надо перевести на орбиту, перигелий которой был бы не больше радиуса Солнца; афелий при этом останется равным радиусу земной орбиты.

Рассмотрим движение корабля по траектории, которая касается поверхности Солнца. Чтобы после старта с Земли космический аппарат вышел на нужную траекторию, его скорость относительно Солнца необходимо существенно уменьшить – от первоначальной орбитальной скорости Земли $V_{\oplus} = 2\pi L/T_{\oplus}$ (здесь L – расстояние от Земли до Солнца, $T_{\oplus}$ – период обращения Земли вокруг Солнца) до $V_{а}$ – скорости в афелии нужной нам орбиты. Скорость $V_{а}$ найдем с помощью закона сохранения энергии и второго закона Кеплера, описывающих положения корабля в афелии и перигелии:

$$\frac{mV_a^2}{2} - \frac{GM_{\odot}m}{L} = \frac{mV_{п}^2}{2} - \frac{GM_{\odot}m}{R_{\odot}},$$

$$V_{а}L = V_{п}R_{\odot}.$$

Величину $GM_{\odot}$ легко найти из условия движения Земли по круговой орбите:

$$\frac{mV_{\oplus}^2}{L} = \frac{GM_{\odot}m}{L^2}.$$

Таким образом,

$$\frac{V_{а}^2}{2}\left(1 - \frac{L^2}{R_{\odot}^2}\right) = V_{\oplus}^2 L\left(\frac{1}{L} - \frac{1}{R_{\odot}}\right),$$

откуда

$$V_{а} = \frac{\sqrt{2}V_{\oplus}}{\sqrt{1 + L/R_{\odot}}} = \frac{\sqrt{2}V_{\oplus}}{\sqrt{1 + 2/\alpha}},$$

и

$$\Delta V = V_{\oplus} - V_{а} = V_{\oplus}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1 + 2/\alpha}}\right) \approx 0{,}904V_{\oplus} \approx 27 \text{ км/с}.$$

Конечно, это не единственная траектория полета корабля на Солнце. Но очевидно, что у всех других траекторий перигелийное расстояние будет еще меньше, соответственно необходима еще меньшая $V_{а}$, т.е. ΔV будет больше.

Для вычисления времени перелета космического аппарата от Земли до Солнца воспользуемся третьим законом Кеплера

$$\frac{T_{к}^2}{a_{к}^3} = \frac{T_{\oplus}^2}{L^3},$$

где $a_{к}$ и $T_{к}$ – большая полуось орбиты и период обращения корабля. Поскольку

$$a_{к} = (R_{\odot} + L)/2 = \left(\frac{\alpha}{2}L + L\right)\Big/2 = L\left(\frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2}\right),$$

получаем

$$T_к = T_{\oplus}\left(\frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2}\right)^{3/2}.$$

Время перелета корабля от Земли до поверхности Солнца τ равно половине этого периода, т.е.

$$\tau = T_к/2 = T_{\oplus}\left(\frac{\alpha}{4} + \frac{1}{2}\right)^{3/2} \Big/ 2 \approx 65 \text{ сут}.$$

44. Задача эта даже не оценочная, а скорее экспериментальная.

Вначале надо понять, почему в данном случае светится кошачий глаз. (Иногда кошачьи глаза светятся и в полной темноте, но не столь ярко, как под фонарем.) Проводя экспериментальные наблюдения, можно установить, что для того чтобы увидеть наиболее яркие глаза, оптимальным вариантом является ваше положение практически точно между фонарем и котом. Чем ближе ваша тень от фонаря к коту, тем ярче сверкают его глаза. Было бы еще ярче, если бы вы попали точно на линию фонарь–кот, но при этом вы затмеваете кота. Из всего этого можно сделать вывод, что кошачьи глаза являются почти зеркальными, отражающими свет точно назад.

Кстати, немаловажно, что кот тоже внимательно наблюдает за вами (обычно – опасается), т.е. плоскость его глаз перпендикулярна направлению на вас и на фонарь.

Итак, будем считать, что диаметр зрачка кошачьего глаза (ночью!) около 10 мм, глаза отражают свет почти как зеркало, а коэффициент отражения составляет около $1/3$. Обычные не очень яркие уличные фонари светят, как полная Луна, с расстояния порядка 10 метров, имея характерные размеры около 20–25 см, т.е. их угловая площадь около $5 \cdot 10^{-4}$ рад^2. Угловая же площадь светящегося кошачьего глаза с расстояния 5 метров составляет около $3 \cdot 10^{-6}$ рад^2, т.е. меньше площади фонаря. Поэтому можно считать, что в кошачьем глазе, как в зеркале, мы видим часть фонаря с угловой площадью около $3 \cdot 10^{-6}$ рад^2, но с меньшей в 3 раза яркостью. Таким образом, от кошачьего глаза к нам попадает $\left(3 \cdot 10^{-6}/5 \cdot 10^{-4}\right)\big/3 \approx 1/500$ часть света фонаря. При этом звездная величина кошачьего глаза будет примерно на 7^m больше, чем у фонаря или полной Луны: $m \approx -12{,}7^m + 7^m \approx -6^m$. Оценка, конечно, очень грубая. В зависимости от яркости фонаря и величины коэффициента отражения можно получить от -9^m до -5^m.

45. Правая часть видимой нам поверхности Луны отражает солнечный свет лучше, чем левая (там меньше морей),– это видно с первого взгляда. Поэтому в первой четверти, когда освещена правая часть Луны, она освещает Землю лучше, чем в третьей.

46. Поскольку направления движения Земли вокруг Солнца и вокруг своей оси совпадают, Земля за один год совершает 365,25 + 1 оборот вокруг своей оси. Получаем, что

$$366{,}25T = 365{,}25 \cdot 24^{\mathrm{h}},$$

откуда

$$T \approx 23^{\mathrm{h}}56^{\mathrm{m}}.$$

47. Известно, что поток света уменьшается в 100 раз при увеличении звездной величины на 5 и, соответственно, в 10 раз при увеличении на 2,5. Применительно к нашему случаю это означает, что поток света от полной Луны в $100 \cdot 100 \cdot 10 = 10^5$ раз больше, чем от звезды 0^m ($\Delta m = -12{,}5^m = -5^m - 5^m - 2{,}5^m$), т.е. составляет 10^{15} фотонов в секунду на квадратный метр. Зрачок человеческого глаза имеет ночью диаметр около 6 мм и площадь приблизительно $3 \cdot 10^{-5}$ м^2.

Таким образом, за 1 секунду в человеческий глаз попадает от полной Луны около $10^{15} \cdot 3 \cdot 10^{-5} = 3 \cdot 10^{10}$ фотонов.

48. За то время, пока солнечный диск пересекает линию горизонта, Солнце по небосклону проходит угловое расстояние $\rho/\cos\varphi$ (рис.5). Соответственно, заход будет длиться время $\tau = \rho/(u\cos\varphi)$, где u – скорость движения Солнца по небу, равная $360°/24^{\mathrm{h}} = 15°/1^{\mathrm{h}} = 15'/1^{\mathrm{m}}$. Таким образом, время захода Солнца в данной местности составляет

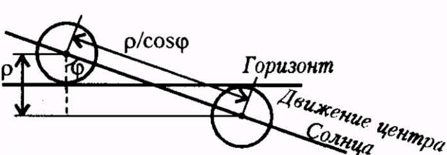


Рис. 5

$$\tau = \rho/(u\cos\varphi) \approx 3{,}8 \text{ мин}.$$

49. С 22 августа до 21 октября прошло 2 месяца, следовательно, кульминация звезды Ункновна произойдет на 4 часа раньше, т.е., с учетом перехода на зимнее время, в $16^{\mathrm{h}}30^{\mathrm{m}}$. Даже при ясном небе пронаблюдать верхнюю кульминацию Ункновны нельзя – сумерки наступают только в шестом часу.

Вновь можно будет наблюдать верхнюю кульминацию этой звезды лишь в конце марта – начале апреля перед восходом Солнца (в 7 часов по летнему времени).

50. Верхняя и нижняя кульминации происходят при пересечении светилом небесного меридиана. При этом возможны два случая.

1) Кульминации происходят по одну сторону точки Зенита (для северного полушария к северу от точки Зенита, а в южном – к югу). Тогда высота полюса над горизонтом будет

$$(h_1 + h_2)/2 = 64°53'.$$

2) Кульминации происходят по разные точки от Зенита. В этом случае высота полюса над горизонтом будет

$$\left((180° - h_1) + h_2\right)/2 = 68°39'.$$

Широта местности соответствует высоте полюса над горизонтом, при этом для каждого из случаев возможны два варианта расположения обсерватории – в северном и южном полушариях.

Итак, для широты местности φ возможны 4 варианта: 68°39′ с.ш.; 64°53′ с.ш.; 64°53′ ю.ш., 68°39′ ю.ш.

Склонение Солнца 21 октября, спустя ровно месяц после осеннего равноденствия, равно $-\varepsilon/2$. Поэтому максимальная высота Солнца над горизонтом в каждой из возможных местностей будет:

для северного полушария $h_{\odot} \approx (90° - \varphi) - \varepsilon/2$,

для южного полушария $h_{\odot} \approx (90° - \varphi) + \varepsilon/2$.

Таким образом, получаем 4 случая:

$$h_{\odot} \approx 21°21' - 11°44' \approx 10°,$$

$$h_{\odot} \approx 25°07' - 11°44' \approx 13°,$$

$$h_{\odot} \approx 25°07' + 11°44' \approx 37°,$$

$$h_{\odot} \approx 21°21' + 11°44' \approx 33°.$$

51. Абсолютная звездная величина – это звездная величина, видимая с расстояния в 10 пк, т.е. 2062648 а.е. Известно, что при удалении в 10 раз поток света от звезды уменьшается в 100 раз, и ее звездная величина увеличивается на 5^m. Соответственно, при удалении в 1000000 раз она увеличивается на 30^m, а при удалении еще в 2,06 раза – еще примерно на $1{,}5^m$ (точнее – на $1{,}57^m$, но такой точности при оценке отнюдь не требуется). Таким образом, $M_{\odot} = m_{\odot} + 31{,}5^m \approx 4{,}7^m$.

52. Во-первых заметим, что геостационарный спутник может «висеть» только над точками экватора. Черноголовка находится явно не на экваторе.

Для того чтобы спутник находился на геостационарной орбите, его период обращения вокруг Земли должен быть равен периоду обращения Земли вокруг своей оси, т.е. $T_\oplus = 23^h 56^m$ (вспомните, почему не $24^h 00^m$). Это достигается при условии, что гравитационное притяжение Земли обеспечивает соответствующее центростремительное ускорение спутника:

$$m\omega^2 R = GM_\oplus m / R^2 .$$

Учитывая, что $GM_\oplus = gR_\oplus^2$, где g – ускорение свободного падения на поверхности Земли, получаем

$$(2\pi/T_\oplus)^2 = gR_\oplus^2 / R^3 ,$$

откуда находим

$$R = \sqrt[3]{gR_\oplus^2 / (2\pi/T_\oplus)^2} \approx 4{,}2 \cdot 10^7 \text{ м} \approx 42 \text{ тыс.км}.$$

53. Звездная величина Солнца, видимого с Сириуса, связана со звездной величиной m, видимой с Земли, и с расстояниями L и $L_\oplus$ от Солнца до Сириуса и Земли соотношением

$$m = m_\odot + 5\lg(L/L_\oplus).$$

Отношение $L/L_\oplus$ определяется так:

$$L/L_\oplus = (1 \text{ рад})/\pi = 206265''/0{,}37'' \approx 560000.$$

Отсюда

$$m \approx -26{,}8^m + 5\lg(560000) \approx -26{,}8^m + 28{,}7^m \approx 1{,}9^m .$$

54. Очевидно, что никакие части планеты не могут двигаться со скоростью, большей первой космической для этой планеты. Эта скорость определяется из условия $V_1^2 / R = GM / R^2$, где M и R – масса и радиус этой необычайно плотной планеты.

Таким образом, для того чтобы вещество планеты не улетало с ее экватора, необходимо, чтобы экваториальная скорость V была не больше скорости V_1, т.е. $V \le \sqrt{GM/R}$. Период обращения планеты равен $T = 2\pi R/V$, т.е.

$$T \ge 2\pi R/V_1 = 2\pi\sqrt{R^3/(GM)} .$$

Учитывая, что средняя плотность равна $\rho = M/(4\pi R^3/3)$, получим

$$\rho \ge 3\pi / (GT^2) = 1{,}09 \cdot 10^6 \text{ кг/м}^3 .$$

55. Спутник, находящийся на низкой орбите, совершает 1 оборот вокруг Земли примерно за 90 минут. Через это время спутник окажется в той же точке относительно центра Земли. Но за это время Земля поворачивается вокруг своей оси примерно на 22,5°. Значит, через 1 оборот спутник будет находиться над точкой земной поверхности, долгота которой отличается от харьковской на 22,5°, причем, поскольку Земля вращается с запада на восток, искомая долгота будет меньше харьковской: $\lambda_1 = \lambda - 22{,}5° = 13{,}5°$. Примерно на широте Харькова и долготе 13,5° находится город Прага, над ней и пролетит спутник через один оборот.

56. Известно, что точку перигелия своей орбиты Земля проходит зимой, а точку афелия – летом. Поэтому летом расстояние от Земли до Солнца в $(1+e)/(1-e)$ раз больше, чем зимой. Соответственно, разница в звездных величинах Солнца составит

$$\frac{5}{2}\lg\left(\frac{1+e}{1-e}\right)^2 = 5\lg\left(\frac{1+e}{1-e}\right) = 0{,}074\,.$$

57. Расширяясь, оболочка захватывает межзвездное вещество, которое первоначально покоится, поэтому со временем масса оболочки растет, а скорость уменьшается. Закон сохранения импульса для рассматриваемой системы запишем в виде

$$\left(\frac{4}{3}\pi\left(R_1^3 - R_0^3\right)\rho + M_0\right)V_1 = M_0V_0\,.$$

Отсюда получим

$$R_1 = \sqrt[3]{R_0^3 + 3M_0\left(V_0 - V_1\right)/\left(4\pi\rho V_1\right)}\,.$$

58. Звездная величина Солнца с Нептуна будет

$$m = m_{\odot} + 5\lg\left(L/L_{\oplus}\right).$$

Отношение расстояний от Солнца до Нептуна и Земли свяжем по третьему закону Кеплера с соответствующими периодами обращения:

$$L/L_{\oplus} = \left(T/T_{\oplus}\right)^{2/3}.$$

Получаем

$$m = m_{\odot} + \frac{10}{3}\lg\left(T/T_{\oplus}\right) \approx -26{,}8^m + 7{,}4^m \approx -19{,}4^m\,.$$

59. Во-первых, поймем, что значит «свободно путешествовать по Солнечной системе». Разумно считать, что с помощью такого паруса, точнее – с помощью силы солнечного давления на него, можно было бы существенно изменять орбиту космического корабля. Иными словами, сила солнечного давления должна быть сопоставима с силой гравитационного притяжения. Поскольку в условии требуется «оценить приблизительно», в качестве исходного условия примем $F_{\text{грав}} \approx F_{\text{давл}}$.

По закону всемирного тяготения

$$F_{\text{грав}} = GM_{\odot}m/L^2,$$

где L – расстояние от спутника до Солнца.

Силу давления найдем из следующих соображений. Энергия фотона $E_0 = mc^2$, а его импульс $p_0 = mc = E_0/c$. Сила давления есть $\Delta P/\Delta t$, т.е. изменение импульса системы парус–корабль в единицу времени. По закону сохранения импульса оно равно сумме изменений импульсов всех попавших на парус фотонов. Будем считать, что парус практически зеркальный, так что при отражении от него изменение импульса каждого фотона равно $\Delta p_0 = 2p_0 = 2E_0/c$. Тогда

$$F_{\text{давл}} = \Delta P/\Delta t = (2\Delta E/\Delta t)/c,$$

где $\Delta E/\Delta t$ – энергия фотонов, падающих в единицу времени на парус, находящийся на расстоянии L от Солнца. Ее можно выразить так:

$$\Delta E/\Delta t = A_{\odot}(L_{\oplus}/L)^2 S.$$

Отсюда получаем

$$F_{\text{давл}} = 2A_{\odot}S(L_{\oplus}/L)^2/c.$$

Приравнивая эту силу к гравитационной, имеем

$$GM_{\odot}m/L^2 \approx 2A_{\odot}S(L_{\oplus}/L)^2/c,$$

откуда

$$S \approx (GM_{\odot}/L_{\oplus}^2)(mc/(2A_{\odot})).$$

Рассматривая движение Земли по орбите вокруг Солнца, легко найти, что

$$GM_{\odot} = 4\pi^2 R_{\oplus}^3/T_{\oplus}^2,$$

где $T_{\oplus}$ – период обращения Земли вокруг Солнца. Таким образом,

$$S \approx (4\pi^2 R_{\oplus}/T_{\oplus}^2)(mc/(2A_{\odot})) \approx 6\cdot 10^6 \text{ м}^2 = 6 \text{ км}^2.$$

Как видим, не так уж и много.

60. По-видимому, блеск астероида меняется из-за того, что он то приближается к Солнцу, то удаляется от него. Если это единственная причина изменения блеска (т.е. мы считаем астероид сферическим и однородно отражающим), то энергия солнечного света, попадающего на астероид, обратно пропорциональна квадрату расстояния от него до Солнца, а к наблюдателю возвращается от этого попавшего излучения величина, еще раз обратно пропорциональная квадрату это расстояния. Таким образом, для изменения в звездных величинах астероида, наблюдаемого от Солнца, имеем

$$\Delta m = \frac{5}{2}\lg\left(R_1/R_2\right)^{-4} = 10\lg\left(R_2/R_1\right),$$

а для Солнца, видимого с астероида –

$$\Delta m_{\odot} = \frac{5}{2}\lg\left(R_1/R_2\right)^{-2} = 5\lg\left(R_2/R_1\right).$$

Из этих двух условий получаем

$$\Delta m_{\odot} = \Delta m/2 = 2{,}62^{m}.$$

61. Нужно, чтобы выполнялось два условия.

А) Поток света, поступающий от Солнца к наблюдателю в Туманности Андромеды, должен быть достаточен для регистрации самым мощным телескопом. Видимая звездная величина Солнца составит

$$m = M - 5 + 5\lg R \approx -0{,}2 + 5\lg\left(7\cdot 10^{5}\right) \approx 29^{m}.$$

Увы, современным телескопам землян это пока недоступно.[1] Однако, уже в следующем веке наблюдать такие слабые объекты будет вполне возможно, поэтому рассмотрим и второе условие.

Б) Угловое расстояние от Солнца до ближайших звезд, видимое из Туманности Андромеды, было бы больше углового разрешения телескопа $1{,}22\lambda/D$. Мы будем пользоваться здесь достаточно грубыми оценками. Примем, что характерное рассто-

---

[1] Для наблюдательной техники 1990 года это было действительно так. Но за прошедшие годы техника ушла далеко вперед, и уже можно сказать, что 29^m – величина на грани видимости современных телескопов. Прогноз, данный на следующий век, уже оправдался. Сейчас (1998 год) космический телескоп «Хаббл» и крупнейшие наземные телескопы нового поколения уже уверенно фиксируют объекты величины 28^m. Заметим, что достигнуто это в основном благодаря усовершенствованию систем регистрации и накопления сигналов, а не простым увеличением площади главного зеркала.

яние между звездами в нашей области галактики составляет около 2 пк, и рассмотрим идеальный вариант: угол зрения перпендикулярен направлениям от Солнца до этих звезд. Другими словами, рассмотрим как бы один слой звезд, плоскость которого перпендикулярна лучу зрения. Тогда искомый угол будет порядка

$$\varphi_0 = 2/700000 \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ рад} \approx 0{,}6''.$$

Это – вполне достижимая величина для современных телескопов. Если же рассматривать и другие слои примерно с теми же характеристиками, то средние угловые расстояния уменьшатся пропорционально корню из числа слоев:

$$\varphi = \varphi_0 / \sqrt{N}.$$

Если $B \approx 1000$ пк – толщина нашей галактики вдоль луча зрения «андромедян», а $L \approx 2$ пк – все то же среднее расстояние между звездами в нашей области галактики, то число слоев легко оценить, как

$$N = B/L \approx 500.$$

С учетом этого, $\varphi \approx 1{,}3 \cdot 10^{-7}$ рад $\approx 1/40''$. Доступна ли эта величина землянам? Казалось бы, да. Ведь для этого нужен диаметр зеркала

$$D = \lambda/\varphi \approx 4 \text{ м},$$

что меньше, чем у БТА. Но в космосе таких телескопов пока нет, а на земле атмосфера не позволяет получать угловые разрешения лучше $0{,}5''$, т.е. этот фактор тоже не позволяет «андромедянам» увидеть наше Солнце.[2]

62. На рисунке 6 в одной плоскости изображены участки орбит Нептуна и Плутона. Из второго закона Кеплера, записанного для Плутона и Нептуна соответственно, получаем

$$S_{OABD}/\tau_2 = \pi a_2 b_2 / T_2,$$

$$S_{OACD}/\tau_1 = \pi R_1^2 / T_1,$$

[2] Эти данные тоже фактически устарели за прошедшие 8 лет. Новые методы обработки изображений (например, спекл-интерферометрия) позволяют сейчас восстанавливать изображения с разрешением до сотых долей угловой секунды, т.е. фактически до дифракционного предела λ/D.

где a_2 и b_2 – большая и малая полуоси орбиты Плутона, R_1 – радиус орбиты Нептуна, а S_{OABD} и S_{OACD} – площади секторов, заметаемых планетами при их движении между точками пересечения. Будем считать, что $OB = OC = R_1$ и $S_{OABD} = S_{OACD} = S$. (В реальности, как было отмечено в условии, $OB/OC = 0{,}998$ и, следовательно, $S_{OABD}/S_{OACD} = 0{,}999$.) В этом случае

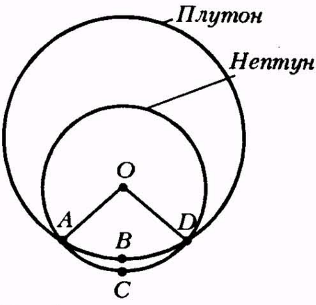


Рис. 6

$$\tau_1/\tau_2 = (T_1/T_2)\left(a_2 b_2/R_1^2\right).$$

Одно из геометрических свойств эллипса состоит в том, что сумма расстояний от точки эллипса до фокусов есть константа. Для точки на большой оси эта константа равна, очевидно, $2a$. Для точки на малой оси она равна $2\sqrt{b^2 + \delta^2}$, где δ – расстояние от центра эллипса до фокуса, равное для орбиты Плутона $a_2 - R_1$. Таким образом, из условия

$$a_2^2 = b_2^2 + (a_2 - R_1)^2$$

получаем, что

$$b_2 = \sqrt{2a_2R_1 - R_1^2}.$$

Тогда

$$\tau_1 = \tau_2 (T_1/T_2) a_2 \sqrt{2a_2R_1 - R_1^2}/R_1^2.$$

Используя также третий закон Кеплера:

$$(T_2/T_1)^2 = (a_2/R_1)^3,$$

получаем окончательно

$$\tau_1 = \tau_2\sqrt{2 - (T_1/T_2)^{2/3}} \approx 22 \text{ года.}$$

65. Очевидно, что с восходом Солнца на Северном полюсе начался полярный день. Следовательно, следующий раз Солнце взойдет в начале следующих полярных суток, т.е. ровно через год. Если бы за год Земля совершала целое число оборотов вокруг своей оси, то следующий восход тоже был бы на Черноголовском меридиане. Но Земля совершает примерно на четверть оборота больше (вспомните, откуда берется високосный год). Эти четверть оборота соответствуют повороту Земли на 90°, и, поскольку ее вращение происходит с запада на восток, напротив Солнца окажется меридиан с долготой $\lambda_x = \lambda - 90° = -51{,}6°$, т.е. около 52° з.д. На этой долготе находится западная часть Гренландии.

66. Поскольку направления вращений совпадают, число суток в году ровно на 1 меньше, чем число оборотов планеты вокруг своей оси, т.е.

$$T/t - 1 = T/\tau .$$

Отсюда

$$\tau = Tt/(T - t) = 176 \text{ сут}.$$

Заметим, что это в точности два периода обращения Меркурия вокруг Солнца и три – вокруг своей оси.

67. Наблюдатель увидел бы Землю, по которой ползет маленький кружок полной тени от Луны (диаметром ~200 км или 2′), вокруг чего с диаметром примерно в половину земного радиуса – полутень (область частного солнечного затмения). Соловецкие острова находились на краю видимого диска Земли, слева вверху (если верхом считать направление на Северный полюс). Земная ось была повернута к наблюдателю так, что Северный Ледовитый океан был полностью виден.

Вопрос о том, увидел ли бы наблюдатель именно кружок полной тени, сильно зависит от условий видимости. На достаточно монотонном фоне облаков (которые, к несчастью, действительно имели место над Соловецкими островами и всей Северной Карелией утром 22 июля 1990 года) кружок был бы отчетливо виден (зорким наблюдателям, которыми мы, естественно, считаем лунных зверей). В отсутствие облаков увидеть темный кружок диаметром около двух угловых секунд довольно сложно.

68. Когда оба ключа разомкнуты, все три резистора соединены последовательно, и

$$P_0 = U^2/(R_1 + R_2 + R_3),$$

где U – напряжение источника. При замкнутом ключе K_1 работает только резистор R_3:

$$P_1 = U^2/R_3 .$$

Соответственно, при замкнутом ключе K_2:

$$P_2 = U^2/R_1 .$$

Если же замкнуты оба ключа, то все три резистора оказываются соединенными параллельно, и

$$P_x = U^2(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3) = P_2 + U^2/R_2 + P_1,$$

Учитывая, что

$$R_2 = U^2/P_0 - R_1 - R_3 = U^2(1/P_0 - 1/P_2 - 1/P_1),$$

получаем

$$P_x = P_2 + P_1 + 1/(1/P_0 - 1/P_2 - 1/P_1).$$

69. Для начала найдем, внутри или вне Солнца находится центр масс двух самых массивных тел системы – Солнца и Юпитера. Он находится от центра Солнца на расстоянии

$$L_1 = m_{Ю} l_{Ю}/(M_{\odot} + m_{Ю}) \approx 4{,}95 \cdot 10^{-3}\,\text{а.е.},$$

где $l_{Ю}$ – расстояние от Солнца до Юпитера. А радиус Солнца равен

$$R_{\odot} = 4{,}65 \cdot 10^{-3}\ \text{а.е.}$$

Видим, что L_1 немного больше $R_{\odot}$, т.е. центр масс системы находится вне Солнца, но очень близко к его поверхности. Теперь учтем следующее по массивности тело – Сатурн. Его влияние перемещает центр масс системы на

$$L_2 = m_{С} l_{С}/(M_{\odot} + m_{Ю} + m_{С}) \approx 2{,}7 \cdot 10^{-3}\ \text{а.е.},$$

где $l_{С}$ – расстояние от Солнца до Сатурна. А в какую сторону перемещает? Это зависит от взаимного расположения планет. Если Юпитер и Сатурн находятся по одну сторону от Солнца, то центр масс по-прежнему вне Солнца, если по разные – внутри. Дальнейший учет влияния Урана, Нептуна и т.д. даст аналогичный результат.

Итак, центр масс Солнечной системы может находиться как внутри, так и вне Солнца – в зависимости от взаимного расположения планет.

70. Рассмотрим вначале движение зайца и волка по прямой. Очевидно, что если нет ограничений во времени движения волка, то он догонит зайца через время τ такое, что

$$(\tau + T)V = a\tau^2/2.$$

Решая это квадратное уравнение, находим

$$\tau = V/a + \sqrt{V^2/a^2 + 2TV/a} \approx 2005\ \text{с} \approx 33\ \text{мин}\ 25\ \text{с}.$$

Это меньше 40 минут, и, казалось бы, лунный заяц будет пойман лунным волком до того, как у последнего иссякнут силы бежать. Но... это если бы они бежали по прямой, а не по лунному экватору. Все дело в том, что уже через время $\tau_1 = V_1/a \approx 1680$ с волк достигнет первой космической скорости (для Луны $V_1 \approx 1{,}68$ км/с) и выйдет на окололунную орбиту. Так что, не догнать волку зайца!

Примечание. В процессе обсуждения решения задачи все сошлись на том, что не будь волк так глуп, он вполне мог бы, разогнавшись до полутора километров в секунду, бежать далее с постоянной скоростью – тогда бы заяц был пойман.

71. Конечная цель проекта – попадание на Луну путем «стрельбы из пушки» – вполне достижима. Действительно, если придать телу достаточно большую начальную скорость, то оно может улететь сколь угодно далеко, а если еще и ориентировать его в нужном направлении, то можно попасть и на Луну, и на Марс, и на другие планеты.

Но вот промежуточная цель – выведение спутников на околоземные орбиты – невозможна без дополнительных маневров в космосе. Ведь без дополнительного маневра любое тело в поле силы тяжести Земли будет лететь по гиперболе, параболе или эллипсу. В первых двух случаях оно совсем улетит от Земли, а в третьем – неминуемо врежется обратно в Землю.

72. Объем каждой из половинок звезды будет равен половине первоначального, радиус будет меньше в $2^{1/3}$ раза, площадь поверхности – в $2^{2/3}$ раза. Поскольку половинки две, общая их площадь составит $2 \cdot 2^{-2/3} = 2^{1/3}$ первоначальной. При неизменной температуре поверхности звезд изменение звездной величины составит

$$-\frac{5}{2}\lg 2^{1/3} \approx -\frac{5}{6}\lg 2 \approx 0{,}25^m .$$

Заметим, что одна звезда может закрывать наблюдателю другую, в этом случае звездная величина системы становится больше – максимально до $+0{,}5^m$ по сравнению с первоначальной. (См., например, задачи 38 и 93 про затменно-переменные звезды.)

73. Грубую оценку можно сделать следующим образом. Звездная величина Солнца, видимая с Земли, определяется солнечной постоянной $A_\odot$ – мощностью излучения от Солнца, падающего на единицу земной поверхности, перпендикулярной направлению на Солнце. Если мы найдем соответствующую «лунную постоянную» B, то видимая звездная величина Луны будет

$$m = m_{\odot} - \frac{5}{2}\lg\frac{B}{A_{\odot}}.$$

Принимая расстояние от Солнца до Луны приблизительно равным расстоянию от Солнца до Земли, можно посчитать, что на Луну от Солнца падает световой поток $A_{\odot}S$, где S – площадь сечения Луны. Большая часть этого света, равная $1 - \alpha$, поглощается, а часть α рассеивается во все стороны в телесный угол 4π. Причем рассеивается не равномерно, а примерно пропорционально площади, освещенной Солнцем и видимой с данного направления. В нашем случае направление таково, что освещена половина видимой поверхности Луны (возраст 7 дней), это примерно соответствует среднему значению. Поэтому от Луны возраста 7 дней на единицу площади доходит световая мощность

$$B = A_{\odot}S\alpha\frac{1}{4\pi R^2},$$

где $S = \pi(\beta R)^2$, R – расстояние от Земли. Итак,

$$\frac{B}{A} = \alpha\frac{\pi}{4}(\beta R)^2\frac{1}{4\pi R^2} \approx 0{,}44 \cdot 10^{-6},$$

и

$$m = -26{,}8^m - \frac{5}{2}\lg\left(0{,}44 \cdot 10^{-6}\right) \approx -11^m.$$

74. Во-первых, заметим, что Солнце в полдень на высоте $h = 72°$ может находиться как к Северу от Зенита, так и к Югу. Первый случай соответствует более южной местности, второй – более северной. Иными словами, угловое расстояние от точки Юга, которое определяется формулой

$$h = 90° - \varphi + \delta,$$

может принимать значения $h_2 = 180° - 72° = 108°$ и $h_1 = 72°$. Поскольку склонение Солнца δ 19 июня (почти день летнего солнцестояния) практически равно 23,5°, получаем два значения широты:

$$\varphi_1 = 41{,}5° \text{ и } \varphi_2 = 5{,}5°.$$

Полдень в местности вашего приземления наступил в 8^h42^m Московского летнего времени, т.е. в 4^h42^m по Гринвичу. Это говорит о том, что вы находитесь к востоку от Гринвича, где наступление среднего астрономического полдня происходит в момент

$$\tau = 12^h - \lambda\left(1^h/15^\circ\right),$$

а восточная долгота местности составляет

$$\lambda = \left(12^h - \tau\right)\cdot 15^\circ/1^h \approx 109^\circ 30' \text{ в.д.}$$

Поправка, связанная с уравнением времени в середине июня, незначительна – около $+1^m$. С этой поправкой средний астрономический полдень наступает на 1 минуту раньше истинного, т.е. в $8^h 41^m$, поэтому уточненная долгота местности будет

$$\lambda \approx 109^\circ 45' \text{ в.д.}$$

Таким образом, возможны две точки вашего приземления:

$$41{,}5^\circ \text{ с.ш.}, \ 109^\circ 45' \text{ в.д.};$$

$$5{,}5^\circ \text{ с.ш.}, \ 109^\circ 45' \text{ в.д.}$$

Посмотрев на карту, обнаруживаем, что второй вариант отпадает – там просторы Южно-Китайского моря, и «приземлиться» невозможно. Первый вариант – территория центральной части автономного района «Внутренняя Монголия» Китая, до посольства в Пекине около 550 км и дорогу надо спрашивать по-китайски, а может быть, и по-монгольски.

75. Разность упомянутых в условии звездных величин Черноголовки и Луны

$$\Delta m = m - m_{\text{Л}} = 15^m - \left(-12{,}7^m\right) = 27{,}7^m$$

говорит о том, что поток света от черноголовского фонаря на расстоянии 50 м примерно в $\left(10^{2/5}\right)^{27,7} \approx 1{,}2\cdot 10^{11}$ раз больше, чем поток света от всех фонарей Черноголовки, падающий на поверхность Луны. Поток света от одного фонаря при приближении с 380000 км (среднее расстояние до Луны») до 50 м увеличивается в $(380000 \text{ км}/50 \text{ м})^2 \approx 5{,}8\cdot 10^{13}$ раз. Следовательно, в Черноголовке ночью горит около

$$5{,}8\cdot 10^{13}/1{,}2\cdot 10^{11} \approx 500 \text{ фонарей.}$$

Более точная оценка здесь совсем не уместна.

76. Для того чтобы послать зонд с поверхности планеты на Солнце, нужно: А) сначала вывести его на околопланетную орбиту; Б) потом перевести его на очень вытянутую орбиту вокруг Солнца (см., например, задачу 43), т.е. уменьшить скорость относительно Солнца практически до нуля. Очевидно, что оба пункта существенно легче выполнить при запуске зонда с Марса. Действительно, выведение на околопланетную орбиту проще, поскольку первая космическая скорость для Марса более чем в два раза меньше, чем для Венеры. Скорость движения Марса по орбите тоже меньше, чем скорость Венеры (орбитальная скорость пропорциональна $1/\sqrt{R}$, где R – радиус орбиты). Кроме того, на Марсе практически нет атмосферы, преодоление которой при запуске зонда с поверхности Венеры потребует дополнительных затрат.

Точный ответ на второй вопрос задачи можно получить так же, как в задаче 43. Полет на Марс будет длиться 121,4 сут.

77. Широко распространено мнение, что, поскольку Луна повернута к нам одной стороной, Земля при наблюдении с Луны всегда будет в одной точке. Но это не совсем так. Земля действительно всегда находится приблизительно в одной области неба, но из-за либраций Луны земной диск на лунном небе немного перемещается. Эти перемещения по долготе составляют как раз $\pm 7°54'$ (почти 8°) от среднего положения.

Для решения задачи аппроксимируем эти перемещения синусоидой с амплитудой $a \approx 8°$ и периодом 30 дней:

$$y = a \sin\left(\frac{2\pi t}{30°}\right).$$

Тогда скорость движения Земли по лунному небосклону составит

$$y' = \frac{2\pi}{30°} a \cos\left(\frac{2\pi t}{30°}\right).$$

Максимальная скорость достигается при $\cos(2\pi t/30°) = 1$ и составляет примерно 1,7° в день.

Учитывая, что угловой размер земного диска, видимого с Луны, равен примерно 2°, получаем, что Земля восходит не быстрее чем за 1,2 суток. Очевидно, что время восхода будет минимальным в той точке лунной поверхности, в которой среднее положение Земли находится на горизонте Луны, а движение происходит перпендикулярно горизонту.

78. Для обнаружения Юпитера с Проксимы Центавра нужно, чтобы было выполнено два условия.

А) Угловое расстояние от Солнца до Юпитера, видимое с Проксимы (очевидно, что оно равно $0{,}76'' \cdot 5{,}2 = 3{,}95''$), должно быть больше углового разрешения телескопа λ/D (точнее,

$1{,}22\lambda/D$). Это дает минимальный диаметр телескопа

$$D = \lambda \cdot 206265/3{,}95 \approx 3 \text{ см}.$$

Всего лишь 3 см!

Б) Поток света, поступающий от Юпитера к наблюдателю-«проксиматянину» через телескоп, должен быть достаточен для регистрации. Обычно считается, что ночной человеческий глаз способен регистрировать звезды вплоть до 7-й звездной величины. Если с Земли (в противостоянии), т.е. с расстояния 4,2 а.е., звездная величина Юпитера равна $m_0 = -2{,}2^m$, то с Проксимы – с расстояния $206265/0{,}76 \approx 2{,}7 \cdot 10^5$ а.е. – соответствующая звездная величина составит (при наблюдении всей освещенной Солнцем юпитерианской поверхности)

$$m_1 = m_0 + 5\lg\left(2{,}7 \cdot 10^5/4{,}2\right) \approx -2{,}2^m + 24{,}1^m \approx 21{,}9^m.$$

Это на 15 звездных величин больше предела ночного человеческого глаза. Разница в каждые 5 величин требует увеличения площади зеркала (линзы) телескопа в 100 раз, а диаметра – в 10 раз. Таким образом, для наблюдения (на пределе видимости) объекта с 22-й звездной величиной диаметр зеркала телескопа должен быть в 1000 раз больше диаметра человеческого зрачка, т.е. около 5–6 м.

Естественно, лимитирующим условием будет второе: наблюдателям-«проксиматянам» для визуального обнаружения Юпитера нужен телескоп с диаметром зеркала около 5–6 м. Впрочем заметим, что применение приборов для регистрации света позволяет обнаруживать объекты на 3–5 звездных величин слабее. Это говорит о том, что, возможно, «проксиматяне» с современной человеческой техникой могут обнаружить Юпитер и с помощью метрового телескопа.

79. Вроде бы, если точка противоположная, то ситуация должна быть абсолютно симметричной: в указанный момент там должен начаться восход Солнца. Но это лишь в том случае, если не учитывать два важных обстоятельства.

Во-первых, для любого наблюдателя физический горизонт немного опущен. Даже если человек просто стоит на земной поверхности, понижение физического горизонта составляет около $2{,}5'$. Это означает, что если в Черноголовке солнечный диск коснулся физического горизонта, то его нижний край уже на $2{,}5'$ ниже математического горизонта, т.е. в противоположной точке Земного шара верхний край солнечного диска на $2{,}5'$ выше математического горизонта. Соответственно, стоящий наблюдатель видит его уже на $5'$ выше физического горизонта, а $5'$ – это треть радиуса Солнца.

Во-вторых, есть еще рефракция – преломление лучей. Величина рефракции немного зависит от погодных условий, но в среднем составляет на уровне горизонта около $35'$. Так что в тот момент, когда в Черноголовке солнечный диск только что коснулся горизонта, в противоположной точке Земного шара Солнце уже поднялось над горизонтом примерно на один градус. И это обстоятельство – главное в данной задаче.

Примечание. Понижение физического горизонта легко вычислить: если R – радиус Земли, а h – высота уровня глаз над поверхностью Земли, то понижение горизонта равно

$$\arccos\left(R/(R+r)\right) \approx \sqrt{(R+h)^2 - R^2}\Big/R \approx \sqrt{2h/R}.$$

80. Автор допустил несколько явных астрономических ошибок.

а) Ранним утром не бывает молодого месяца. В это время он может быть только старым.

б) В описанное время молодой месяц высоко быть не может, так как Солнце зимой находится низко над горизонтом, а Луна движется почти в плоскости эклиптики, и молодой месяц всегда должен находиться недалеко от Солнца.

в) Увидеть падение метеорита, т.е. стать свидетелем того, что поблизости упал камень с неба, практически невозможно. То, что подразумевает автор, – это падение метеора. А метеоритом он станет только тогда, когда упадет на Землю.

Кроме того, к астрономическим неточностям можно отнести и такие.

г) Созвездия не бывают дальними.

д) Падение метеорита с зенита очень маловероятно, и писать об этом во множественном числе по меньшей мере некорректно.

81. Чтобы ответить на этот вопрос, надо немного знать звездное небо и понимать, что свет от далеких объектов идет до нас довольно долго. Следовательно, когда мы смотрим на звезды или другие космические объекты, мы видим то, что происходило некоторое время назад. Самый далекий объект, который могли наблюдать древние греки, не имеющие телескопов, это Туманность Андромеды (или, по современной номенклатуре, галактика М31), находящаяся на расстоянии около 2000000 св. лет, поэтому «заглянуть в прошлое» древние греки могли аж на 2 миллиона лет назад.

82. Для оценки посчитаем, сколько стоит звезда типа Солнца по указанным оптовым ценам. Масса Солнца составляет $2 \cdot 10^{30}$ кг = $1{,}25 \cdot 10^{29}$ пуд = $1{,}25 \cdot 10^{20}$ млрд пуд. Умножив это на 0,01 руб/млрд пуд, получаем $1{,}25 \cdot 10^{18}$ рублей.

Сумма, конечно же, «астрономическая» и не под силу ни одному «новому русскому». Для сравнения: годовой бюджет России – порядка $5 \cdot 10^{11}$ рублей.

83. На Северном полюсе высота светил над горизонтом точно соответствует величине их небесного склонения. Поэтому из всех планет может быть виден лишь Сатурн, да и то с трудом: при высоте всего 4° над горизонтом очень сильно атмосферное поглощение (даже при чистой атмосфере, которая, надеемся, сохранилась над Северным полюсом). Попутно, конечно, возникает еще один вопрос – а как далеко от Солнца находится Сатурн? Ответ очевиден: сейчас Солнце на Северном полюсе находится примерно в 15° под горизонтом. Это глубокие сумерки, практически ночь.

На Южном полюсе – наоборот, все планеты, кроме Сатурна, находятся над горизонтом, но там сейчас полярный день.

84. Радиус каждого спутника из этого миллиона будет в $1000000^{1/3} = 100$ раз меньше радиуса Луны, а площадь поверхности, соответственно, в 10000 раз меньше поверхности Луны. Таким образом, суммарная поверхность миллиона спутников будет в 1000000/10000 = 100 раз больше поверхности Луны. Следовательно, рой микроспутников будет светить в 100 раз ярче, чем Луна. Отношению освещенностей 1:100 соответствует разность блеска ровно в 5 звездных величин. Поэтому искомая звездная величина составит

$$m_1 = m - 5^m = -12{,}7^m - 5^m = -17{,}7^m.$$

85. При обнаружении камерой препятствия на пути марсохода передатчик сообщит об этом на Землю, и Центр управления в ответ пошлет сигнал двигателю аппарата. Сигнал должен прийти до того, как марсоход достигнет препятствия. На преодоление расстояния $2a$ (удвоенное расстояние от Земли до Марса) уходит время $2a/c$, где c = 300000 км/с – скорость света. Поэтому безопасная скорость движения марсохода не более

$$V = s/(2a/c) = sc/(2a) \approx 5{,}2 \text{ см/с}.$$

Прямо скажем, это не очень большая скорость. И это при том, что мы рассматривали наиболее оптимальное (близкое) расположение Земли и Марса; при наибольшем же их удалении (около 2,6 а.е.) безопасная скорость будет вообще меньше 8 мм/с! Не случайно специалистами была разработана специальная программа, позволяющая «Следопыту» самостоятельно выбирать маршрут и скорость передвижения по Марсу.

Попутная информация. Метеостанция, установленная на «Следопыте», ведет измерения температуры марсианского «воздуха» в месте посадки. Днем она поднимается до −10 °C, ночью падает до −90 °C. Любопытно, что самая низкая температура воздуха, зафиксированная на Земле, практически такая же (−89,2 °C, станция «Восток», Антарктида, 21 июля 1983 г.). Информация о «Следопыте» постоянно обновляется в Интернете – см., например, сервер Института космических исследований РАН в Москве:

http:/www.iki.rssi.ru/jplmirror/mars.

«Следопыт» – первый из серии садящихся на Марс исследовательских аппаратов, запуск которых будет проведен НАСА в ближайшие годы. Предполагается, что в 2005 году образцы марсианского грунта будут доставлены на Землю.

86. По третьему закону Кеплера кубы больших полуосей орбит небесных тел относятся так же, как квадраты периодов их обращения:

$$(a_2/a_1)^3 = (T_2/T_1)^2,$$

или

$$T_2 = T_1(a_2/a_1)^{3/2}.$$

Взяв известные величины a и T для Земли ($T_{\oplus}$ = 1 год и $a_{\oplus}$ = = 1 а.е.), для Весты получаем

$$T = T_{\oplus}(a/a_{\oplus})^{3/2} = 3{,}63 \text{ года}.$$

Примечание. Информацию об астероидах, в частности о Весте, можно найти в Интернете по адресу:

http://www.iki.rssi.ru/solar/eng/vesta.htm.

87. Поскольку радиус орбиты Юпитера 5,2 а.е., а радиус орбиты Земли 1 а.е., то вопрос, поставленный в задаче, можно переформулировать так: под каким максимальным углом можно увидеть отрезок в 1 а.е., один из концов которого находится на расстоянии 5,2 а.е. от наблюдателя? Этот угол равен

$$\arcsin(1/5{,}2) \approx 11{,}1°.$$

88. Связь между видимой m и абсолютной M звездными величинами и расстоянием до светила (в парсеках) R имеет вид:

$$M = m + 5 - 5\lg R.$$

Подставляя сюда расстояние до Большого Магелланова облака 55000 пк и видимую звездную величину сверхновой 3^m, находим

$$M = -15{,}7^m.$$

Типичные значения абсолютных звездных величин сверхновых в максимуме составляют от -17^m до -19^m, так что сверхновая 1987 А была весьма «хилой», раз в 10 слабее типичной сверхновой.

89. Покрываемая звезда находится гораздо дальше от Земли, чем Плутон. Поэтому конус тени, отбрасываемой Плутоном на Землю при покрытии, можно считать цилиндром, диаметр сечения которого равен диаметру Плутона, т.е. 2300 км. Это и есть оценка ширины полосы на поверхности Земли, в пределах которой можно наблюдать покрытие. Правда, разумно еще учесть, что Земля не плоская, а шарообразная. Вследствие этого ширина полосы может достигать 5600 км.

Продолжительность покрытия определяется диаметром тени и скоростью ее движения по поверхности Земли. Порядок величины можно оценить сразу: это характерный размер тени (мы только что оценили его в 2300 км), деленный на характерную скорость взаимного движения Земли и Плутона, которая составляет 6–30 км/с (орбитальные скорости движения Плутона и Земли). Получаем несколько минут. Для оценки с точностью до порядка величины этого вполне достаточно.

Можно сделать немного более точную оценку. Если во время покрытия вектор скорости Земли перпендикулярен оси цилиндра тени, то тень движется по поверхности Земли со скоростью Земли относительно Плутона, т.е. примерно 24–36 км/с; если параллелен, то со скоростью Плутона, т.е. около 6 км/с, Отсюда получаем оценки продолжительности покрытия в том месте, где наблюдатель пересекает тень по диаметру: 95 с в первом случае и 7 мин во втором. В других местах продолжительность покрытия будет меньше.

Вообще, не надо забывать, что у внешних планет бывают «стояния» – моменты времени, когда тангенциальная скорость планеты относительно Земли становится вообще равной нулю. Тогда покрытие может длиться еще дольше.

Продолжительность покрытия 1988 года, которое наблюдалось восемью экспедициями в Австралии и Новой Зеландии и в ходе которого у Плутона была открыта атмосфера, составляла в среднем около минуты.

90. Во-первых, что такое «приливные силы» в данном случае? Обычно мы имеем дело с океанскими приливами, вызываемыми притяжением Луны (и Солнца). Однако, если сила тяжести существенно меняется на расстояниях порядка метра, вполне ощутимые приливы будут возникать и в теле человека.

Запишем ускорения, сообщаемые звездой наиболее и наименее удаленным от нее точкам тела:

$$a_1 = GM/(r + l/2)^2, \; a_2 = GM/(r - l/2)^2,$$

где M – масса звезды, l – характерный размер тела космонавта, r – расстояние от центра тела космонавта до центра звезды. Теперь вычислим разность этих ускорений:

$$a_2 - a_1 = GM\left(1/(r - l/2)^2 - 1/(r + l/2)^2\right).$$

Пренебрегая малыми величинами, начиная с $(l/r)^2$, получаем, что приливное ускорение равно

$$a = a_2 - a_1 = 2GMl/r^3.$$

Предельной будем считать перегрузку при $a = 2g$, где g – ускорение силы тяжести на поверхности Земли. Тогда

$$2GMl/r^3 = 2g,$$

откуда

$$r = (GMl/g)^{1/3}.$$

Считая, что характерный размер тела человека $l \approx 1{,}5$ м, получаем $r \approx 3500$ км.

Заметим, что, поскольку радиус Солнца примерно на два порядка больше этой величины, при подлете к Солнцу космонавту будут угрожать совсем не приливные силы. Опасными факторами станут высокая температура, жесткое излучение и т.п.

91. Энерговыделение происходит в объеме и поэтому растет пропорционально кубу характерного размера объекта, а теплоотвод происходит с поверхности, площадь которой возрастает пропорционально квадрату характерного размера. В итоге с увеличением размера тела (при сохранении темпа энерговыделения) его поверхностная температура должна расти.

Для количественно примера можно рассмотреть случай абсолютно черных тел, для которых теплоотвод осуществляется только благодаря излучению. Согласно закону Стефана–Больцмана, интенсивность излучение объекта, т.е. мощность с единицы площади поверхности, пропорциональна четвертой степени его температуры. Если темп энерговыделения на единицу объема w, то общий темп энерговыделения будет пропорционален wR^3, где

R – характерный размер объекта, а общий темп излучения будет пропорционален R^2T^4. Тогда получаем

$$R^2T^4 \sim wR^3,$$

откуда

$$T \sim (wR)^{1/4}.$$

Отметим, кстати, что эта задача имеет и биологический аспект: именно по этой же причине мелкие млекопитающие едят существенно больше (по отношению к собственной массе), чем крупные.

92. Главное при решении этой задачи – не поддаться искушению сложить звездные величины компонент (и получить 5^m). Следует помнить, что звездные величины имеют не линейную, а логарифмическую шкалу. Обозначим через L_1, m_1 и L_2, m_2 светимости и звездные величины 1-й и 2-й звезд соответственно, а через m – их суммарную звездную величину. Тогда имеем

$$m_1 - m_2 = -\frac{5}{2}\lg\frac{L_1}{L_2},$$

$$m - m_2 = -\frac{5}{2}\lg\frac{L_1 + L_2}{L_2}.$$

Мы вправе использовать отношения светимостей звезд вместо отношений освещенностей от них, так как обе компоненты двойной находятся на одном и том же расстоянии от Земли. Из первого равенства находим

$$L_1/L_2 = 10^{-0,4(m_1 - m_2)}$$

и, подставив его во второе соотношение, получаем

$$m = m_2 - \frac{5}{2}\lg\left(1 + 10^{-0,4(m_1 - m_2)}\right) = 3^m - \frac{5}{2}\lg\left(1 + 10^{0,4}\right) \approx 1{,}64^m.$$

Некоторым «эстетическим» недостатком полученной формулы является то, что m_1 и m_2 входят в нее несимметрично. Однако, вспомнив, что

$$m_2 = -\frac{5}{2}\lg\left(10^{-0,4m_2}\right),$$

легко получить

$$m = -\frac{5}{2}\lg\left(10^{-0,4m_1} + 10^{-0,4m_2}\right).$$

93. Затменно-переменные звезды – это двойные звезды, плоскости орбит которых параллельны лучу зрения наблюдателя, т.е. Земля находится вблизи плоскости эклиптики системы и попадает в некоторый телесный угол, образуемый двумя компонентами затменно-переменной звезды. Этот угол определяется размерами звезд и расстоянием между ними. Чем больше расстояние, тем меньше угол и тем меньше вероятность, что Земля попадет в эту зону. При этом, чем больше расстояние между компонентами, тем больше период их обращения и изменения блеска. Таким образом, долгопериодические затменно-переменные звезды встречаются реже не потому, что их меньше, а потому, что для них вероятность обнаружения меньше, чем для короткопериодических звезд.

94. Очевидно, что планета – внешняя (у внутренних не бывает противостояний). Приблизительно оценим радиус орбиты этой неизвестной планеты.

Блеск планеты (орбиту которой мы считаем, естественно, круговой) меняется из-за изменения ее геоцентрического расстояния. Отношение расстояний в противостоянии и в соединении есть

$$r_{\max}/r_{\min} = 10^{0,2\Delta m} \approx 10^{0,7} \approx 5 .$$

Для внешней планеты $r_{\max} = 1 + a$, $r_{\min} = 1 - a$, где a – радиус орбиты планеты, выраженный в а.е. Поэтому

$$1 + a \approx 5(1 - a),$$

откуда $a \approx 1,5$ а.е. Это – Марс.

Впрочем, всем, кто интересуется астрономией и хоть немного следит за небом, известно, что ни Юпитер, ни Сатурн, ни, разумеется, более далекие планеты так сильно – почти на три с половиной звездных величины – своего блеска не меняют. Поэтому сообразить, что это – Марс, можно и без всякого расчета. Расчет лишь подтверждает эту догадку.

95. Будем рассматривать синодическое движение Венеры, т.е. ее движение относительно линии Земля–Солнце. Венера при этом также обращается вокруг Солнца, только за большее время (так как угловая скорость синодического движения – это разность действительных угловых скоростей Венеры и Земли). Синодический период обращения Венеры фактически дан в условии:

$$\tau = 584^{d} .$$

Венера проходит по диску Солнца тогда, когда находится в нижнем соединении, при этом расстояние от Земли до Венеры составляет $r_1 = r_\oplus - r = 0{,}28$ а.е. Поэтому, пересекая по диаметру диск Солнца, она проходит в своем синодическом движении расстояние $\alpha_\odot r_1$, что соответствует дуге $\varphi = \alpha_\odot r_1/r$. Для этого требуется (примерно) время

$$t = \tau\varphi/(2\pi) = \tau(\alpha_\odot/(2\pi))(r_\oplus - r)/r,$$

если $\alpha_\odot$ выражено в радианах. При вычислениях легче пользоваться минутами и градусами:

$$t = 584^{d}(32'/360°)(0{,}28/0{,}72) \approx 8^{h}.$$

Для ответа на вопрос о направлении перемещения Венеры по диску Солнца посмотрим на Солнечную систему со стороны Северного полюса Земли: и Венера, и Земля движутся вокруг Солнца против часовой стрелки, причем Венера быстрее, чем Земля. Поэтому вблизи нижнего соединения Венера перемещается относительно направления Земля–Солнце (а следовательно, и по нашему небу) с востока на запад. Таким же будет и ее движение по диску Солнца.

96. На первый взгляд, должно выполняться следующее условие: сила притяжения спутника к астероиду должна превосходить силу притяжения его к Солнцу. Условие равенства двух сил записывается в виде

$$M_\odot/r^2 = m/d^2,$$

где m – масса астероида, r – гелиоцентрическое расстояние астероида, d – искомое расстояние между астероидом и его спутником. Масса 100-километрового астероида при плотности 2 г/см³ составляет примерно 10^{18} кг. Поэтому получаем

$$d = r\sqrt{m/M_\odot} \approx 300 \text{ км}.$$

Однако это совсем не то расстояние, которое нам нужно найти. Если те же рассуждения применить не к спутнику астероида, а к спутнику Земли, максимальное расстояние окажется равным 260 тыс. км! А ведь Луна находится от Земли на большем (в полтора раза) расстоянии!

Парадокс легко разрешается: на самом деле надо рассматривать не ускорение, сообщаемое спутнику Солнцем, а разность ускорений, сообщаемых спутнику (a_1) и телу (a_2), вокруг которого он движется. Запишем эти ускорения:

$$a_1 = GM_\odot/(r+d)^2, \; a_2 = GM_\odot/r^2,$$

и их разность:

$$a_2 - a_1 = GM_\odot\left(1/r^2 - 1/(r+d)^2\right).$$

Пренебрегая малыми величинами, начиная с $(d/r)^2$, получаем

$$a = a_2 - a_1 = 2GM_\odot d/r^3 .$$

Следовательно, уравнение для определения d имеет вид

$$2M_\odot d/r^3 = m/d^2 ,$$

откуда получаем

$$d = r(m/M_\odot)^{1/3} \approx 25000 \text{ км} .$$

Вам, может быть, интересно будет узнать, каков же на самом деле минимальный радиус круговой орбиты спутника, при котором он может покинуть астероид и начать двигаться по гелиоцентрической орбите. Его определение – это непростая задача даже для профессионалов, т.е. небесных механиков. Ответ этой задачи таков: $d \approx R_H/2$, где $R_H = r\left(m/(3M_\odot)\right)^{1/3}$ называется радиусом Хилла. Как видно, наша оценка совсем неплохая.

Но астрономия – наука, в основном, экспериментальная. 28 августа 1993 года космический зонд «Галилей» на своем пути к Юпитеру испытал сближение с астероидом №243 (Ида) и передал его изображение. Неожиданно обнаружилось, что у Иды есть миниатюрный спутник. Изображение Иды с ее спутником имеется в Интернете по адресу:

http://www.iki.rssi.ru/solar/eng/ida.htm.

97. Солнце – не видно (ночь ведь на дворе); Луна – сияет в восточной стороне неба (в созвездии Рака); Меркурий – не виден; Венера – не видна (сейчас утренняя видимость Венеры); Марс – не виден (недавно зашел); Юпитер – не виден (положение на небе очень близко к Солнцу); Сатурн – виден в созвездии Рыб, на заходе; Уран – не виден даже в телескоп (заходит раньше Солнца); Нептун – не виден даже в телескоп (заходит раньше Солнца); Плутон – не виден даже в телескоп (заходит раньше Солнца); Сириус – сияет в южной стороне неба; Альдебаран – сияет в юго-западной стороне неба.

98. Казалось бы, известно, что человеческий глаз способен разрешать углы в $1'$, поэтому достаточно дождаться, пока звездное небо повернется на угол, равный $1'$, и это уже можно будет заметить. Земля, а следовательно и небо, делает один оборот на 360° за сутки или примерно за 24^h. Тогда за один час Земля поворачивается на 15°, за одну минуту – на 15′, а на угол в 1′ Земля повернется за время, в 15 раз меньшее, т.е. за 4 секунды. Вроде бы, достаточно посмотреть на небо (на какую-нибудь звездочку) в течение 4–6 секунд, чтобы заметить, что оно вращается.

Но... ведь надо еще определить, где наблюдатель находится и относительно чего он ловит это изменение в 1′. Просто глядя вверх на небо невозможно увидеть его движение даже за десятки минут. Нужен опорный объект на Земле, относительно которого можно зарегистрировать изменение положения звезды.

Еще важно отметить, что человек всегда немного изменяет положения своего тела, причем характерное «шатание» составляет несколько миллиметров. Нетрудно посчитать, что эти миллиметры дают 1′ на базе порядка километра, т.е. на меньшей базе наблюдатель просто не сможет отличить колебания своего тела от движения звезды по небосклону. Человек, конечно, может прилечь (уменьшить «шатания»), чтобы из более удобного положения наблюдать звезды.

Наконец, есть еще один фактор – прозрачность атмосферы, которая обычно не позволяет наблюдать звезды, находящиеся на высоте ниже 5 – 7°.

Так что окончательный вывод таков: десятка секунд может быть вполне достаточно при условии, что неподвижная точка на Земле, относительно которой проводятся наблюдения, находится на расстоянии около километра и на высоте хотя бы порядка $\sin 6° \cdot 1$ км ≈ 100 м. Очевидно, наиболее удобное место такого наблюдения – горы. И атмосфера чище, и базовые точки легко найти существенно выше горизонта.

99. Оценим сначала, какой может быть максимальный угловой размер звезд. Очевидно, стоит рассматривать только ближайшие звезды, расстояние до которых не превышает несколько парсек, т.е. параллакс составляет десятые доли секунды. Для оценки возьмем размер Солнца – около 1/100 а.е. Это означает, что с Земли звезда такого размера видна под углом в 1/100 ее параллакса, т.е. в тысячные доли угловой секунды.

Время начала покрытия или «открытия» звезды определяется угловой скоростью Луны. Известно, что видимый период Луны составляет 29,5 суток, отсюда легко найти скорость перемещения Луны по небесной сфере: разделив 360° на за 29,5 суток, получаем примерно 0,5″ за 1 секунду времени. Таким образом, даже при самых благоприятных условиях покрытие звезд Луной не может длиться больше нескольких миллисекунд.

Теперь поймем, что нам нужно получить на ленте самописца. Очевидно, чтобы обеспечить хотя бы первый порядок точности (т.е. оценить хотя бы одну значащую цифру углового размера звезды), событие должно занимать на ленте длину как минимум на полтора порядка больше, чем возможные дрожания пера, а именно несколько сантиметров. Получаем, что лента самописца должна двигаться со скоростью порядка 1 см/мс ~10 м/с. Такой скорости протяжки ленты самописцев не существует.

Но, наверно, это даже не главное ограничение. Не менее существенна инерционность держателя пера по оси Y. Даже если опять-таки ограничиться несколькими сантиметрами, то для их прохождения за миллисекунды потребуется развить ту же скорость 10 м/с за доли миллисекунды, т.е. развить ускорение больше $10^3 g$!

Так что предлагаемый проект нуждается в существенной доработке.

100. Оценим радиус R тела, которое на гелиоцентрическом расстоянии $r = 40$ а.е. (середина пояса Койпера) имеет звездную величину $m = 28^m$. Освещенность от этого тела на Земле (или на Солнце, поскольку расстояние от Земли до Солнца много меньше расстояния до тела) равна

$$E \approx \frac{L}{2\pi r^2} = \frac{\alpha}{2}\left(\frac{R}{r}\right)^2,$$

где $L = \pi R^2 E_{\odot}\alpha$ – «светимость» обращенного к нам полушария тела, α – альбедо тела, $E_{\odot}$ – освещенность от Солнца на поверхности тела. (Кстати, сообразите, почему в данном случае $E \approx L/\left(2\pi r^2\right)$ вместо, казалось бы, очевидного точного равенства $E = L/\left(4\pi r^2\right)$?) Освещенности от Солнца на Земле $E_{\oplus}$ и на теле пояса Койпера $E_{\odot}$ относятся как $E_{\oplus}/E_{\odot} = (r/a)^2$, где $a = 1$ а.е. Поэтому

$$E/E_{\oplus} = (E/E_{\odot})(E_{\odot}/E_{\oplus}) = \left(R^2 a^2/r^4\right)(\alpha/2).$$

Обратите внимание, что освещенность отраженным светом убывает здесь как четвертая степень, а не как квадрат расстояния. С другой стороны,

$$E/E_{\oplus} = 10^{0{,}4(m_{\odot}-m)}.$$

Из двух последних выражений получаем

$$R = \left(r^2/a\right)\sqrt{\alpha/2}\cdot 10^{0{,}2(m_{\odot}-m)}.$$

Принимая $\alpha = 0{,}2$ и подставляя $r = 40$ а.е., находим $R \approx 8$ км. Обратите внимание, что $R \sim r^2$, так что на ближнем и на дальнем краях пояса Койпера значения R различаются в $(5/3)^2 \approx 3$ раза.

Обширная программа поиска транснептуновых объектов (ТНО) выполняется на двухметровом телескопе Гавайского университета, на котором и открыта львиная доля этих объектов. Звездная величина обнаруживаемых на нем перемещающихся относительно окрестных звезд ТНО (на чем и основан метод их поиска) – около 23^m.

Из всех ТНО, об обнаружении которых имелись официальные сообщения к концу декабря 1997 года, наибольшую полуось 83,8 а.е. имеет самое крупное (диаметром около 500 км) открытое тело – 1996 TL 66, движущееся к тому же по сильно вытянутой орбите ($e = 0,58$). В афелии оно удаляется от Солнца на 133 а.е. Удивительно, что примерно у 40 % из известных к настоящему времени ТНО большая полуось та же, что и у Плутона (хотя пространственное расположение орбит другое). Эти объекты получили название плутино (plutino), или по-русски – плутончики. Период обращения плутино, как и самого Плутона, находится в резонансе 2:3 с Нептуном. Расположение Плутона и плутино на орбитах таково, что тесных сближений с Нептуном не происходит.

101. Внешний вид Луны не изменится, но яркость уменьшится вдвое.

102. Поскольку Луна всегда обращена к Земле одной стороной, то на большей части ее видимого полушария Земля видна постоянно и никогда не заходит (на обратной стороне Луны – не восходит). Значит, в первом приближении Земля на лунном небе находится все время в одной точке, и слова поэта совсем не верны.

Однако, существуют небольшие покачивания (либрации) Луны относительно направления на Землю, связанные с некруговой формой лунной орбиты и наклоном ее оси вращения к орбитальной плоскости. В результате Земля на лунном небе совершает небольшие движения. Следовательно, в узкой области вдоль границы видимой и обратной сторон Луны Земля действительно восходит и заходит. Это верно только для наблюдателей, находящихся в этой узкой области лунного шара. Кстати, посчитайте: сколько времени нужно не сводить глаз с Земли, чтобы пронаблюдать весь ее восход (см. задачу 77)?

103. Пусть A – расстояние от Солнца до точки афелия орбиты астероида (или просто «афелий»), а P – расстояние до точки перигелия, которое, согласно условию, равно радиусу земной орбиты. Эксцентриситет орбиты астероида по определению равен

$$e = (A - P)/(A + P).$$

Отсюда находим афелий:

$$A = P(1 + e)/(1 - e)$$

и большую полуось:

$$L = (A + P)/2 = P/(1 - e).$$

Из третьего закона Кеплера находим искомый период:

$$T = T_{\oplus}(L/P)^{3/2} = T_{\oplus}(1 - e)^{-3/2} \approx 2{,}83 \text{ года}.$$

104. Луна совершает один оборот по небу за 27,3 суток (сидерический, или звездный месяц). Значит свой диаметр (1/2 градуса) она проходит за 27,3 сут/(360/0,5) ≈ 0,91 ч ≈ ≈ 55 мин. Это – максимальная продолжительность покрытия (т.е. затмения) звезды Луной для наблюдателя, связанного с центром Земли или находящегося в ее полярных районах. Однако, если покрытие наблюдается в районе экватора, то в результате вращения Земли наблюдатель движется со скоростью 0,45 км/с в ту же сторону, в какую передвигается лунная тень со скоростью 1 км/с (орбитальная скорость Луны). Поэтому для него покрытие продолжается почти вдвое дольше, т.е. длительность его может превышать 1 ч 40 мин.

105. По определению, на расстоянии 1 парсек радиус земной орбиты виден под углом 1″. Расстояние до звезды равно, таким образом, 20 пк. Следовательно, ее собственное движение в линейных единицах составляет (150 млн км)(20)(0,2″) = = 600 млн км в год, что соответствует скорости 20 км/с. Эта компонента скорости направлена перпендикулярно лучевой скорости звезды. Складывая компоненты по векторным законам, с помощью теоремы Пифагора, получим, что полная скорость звезды равна 58 км/с.

106. Ответ, естественно, будет зависеть в первую очередь от даты проведения олимпиады, а также от широты местности.

107. Возвращаясь, охотник должен двигаться на юг. Поскольку осенью Солнце вблизи равноденствия, оно восходит недалеко от точки востока. Следовательно, нужно идти так, чтобы Солнце было слева.

108. Главная причина – длинные тени, которые уменьшают площадь поверхности Луны, от которой до нас доходит отраженный от Солнца свет.

109. Земная ось прецессирует по конусу с углом 23,5° и периодом около 26 тыс. лет. Следовательно, 13 тыс. лет назад Полярная звезда была на расстоянии 47° от Северного полюса мира, высота которого над горизонтом соответствует широте вашего города. Значит, Полярная звезда была незаходящей для широт выше 47° и заходила на территориях к югу от этой параллели.

110. По определению, видимые звездные величины звезд равны абсолютным, если звезды находятся на расстоянии 10 пк = = 32,6 св.лет. Увеличение видимой звездной величины на 5 соответствует отдалению звезды в 10 раз. Соответственно, увеличение на 18 звездных величин будет в том случае, когда звезды находятся на расстоянии (32,6 св.лет) $10^{18/5} \approx 130000$ св.лет.

111. Первую космическую скорость можно найти из условия движения космического тела по круговой орбите с радиусом, равным радиусу Марса:

$$\frac{V_1^2}{R} = \frac{GM}{R^2},$$

откуда, выражая массу Марса через его объем и плотность, получаем

$$V_1 = 2R\sqrt{\pi G\rho/3} = d\sqrt{\pi G\rho/3} = 3{,}54 \text{ км/с}.$$

Вторая космическая скорость в $\sqrt{2}$ больше первой (это можно показать с помощью закона сохранения энергии), т.е.

$$V_2 = d\sqrt{2\pi G\rho/3} = 5{,}0 \text{ км/с}.$$

112. Поток света от Луны обратно пропорционален квадрату расстояния до нее. Следовательно, если принять за единицу поток света от Луны в перигее, то в апогее он составит $(9/10)^2 =$ $= 0{,}81$, т.е. уменьшится на 19 %. В звездных величинах это будет

$$-\frac{5}{2}\lg 0{,}81 \approx 0{,}23^m.$$

Приливная сила обратно пропорциональна кубу расстояния до Луны, поэтому в перигее она в $(10/9)^3 \approx 1{,}37$ раз (или на 37%) больше.

113. Галактики содержат звезды и газ. Каждая из этих составляющих по-своему отреагирует на близкое прохождение или столкновение с соседней галактикой.

А) Вероятность столкновений между звездами останется исчезающе малой, но гравитационная сила со стороны «влетающей» галактики исказит орбиты звезд диска, первоначально близкие к круговым, диск галактики станет более «пухлым», а при центральном столкновении может совсем разрушиться. Исказится форма галактики, может возникнуть выброс вещества, часто наблюдаемый у взаимодействующих галактик как «хвост» или «перемычка». Если скорости столкновения не очень велики, галактики могут вообще слиться в одну систему. Но вероятнее всего, что галактики пройдут друг сквозь друга, лишь слегка уменьшив свою кинетическую энергию.

Б) Совокупности атомов газа, как и отдельных облаков газа, ведут себя как сплошная среда. Столкновение газовых масс приведет к сильным некруговым движениям, но со временем они будут затухать. Во взаимодействующих галактиках, где это имеет место, наблюдается усиление звездообразования. Как и в случае звезд, часть газа, испытавшая столкновение, может покинуть галактику.

114. Поток солнечной энергии на единицу поверхности астероида составляет

$$w = \frac{L_\odot}{4\pi R^2},$$

где $L_\odot$ – светимость Солнца, R – расстояние от астероида до Солнца (длина радиуса- вектора). Из второго закона Кеплера следует, что $R^2\Delta\alpha \sim \Delta t$, где $\Delta\alpha$ – малый угол поворота радиуса-вектора за малый интервал времени Δt. Тогда энергия, полученная единицей поверхности астероида за время Δt, будет

$$\Delta E = w\Delta t \sim \frac{R^2\Delta\alpha L_\odot}{4\pi R^2} = \frac{\Delta\alpha L_\odot}{4\pi}.$$

Поскольку все величины, кроме $\Delta\alpha$ в правой части этого выражения, постоянны, оно справедливо не только для малых, но и для любых значений $\Delta\alpha$, в том числе для $\Delta\alpha_1 = 90°$ и $\Delta\alpha_2 = 360°$, которые соответствует повороту радиуса-вектора при движении по каждому из приведенных в условии участков орбиты. Итак,

$$E_2/E_1 = \Delta\alpha_2/\Delta\alpha_1, \text{ и } E_2 = E_1\Delta\alpha_2/\Delta\alpha_1 = 4E_1.$$

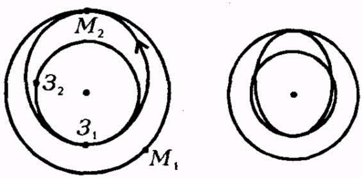
115. Зимой 1996/97 года на нашем небе была хорошо видна комета Хейла-Боппа (Hale-Bopp, C/1995 O1).

116. Кометы и астероиды. Остальные тела Солнечной системы могут наблюдаться только вблизи эклиптики.

117. Наблюдая области неба, близкие к Млечному Пути, мы видим звезды нашей Галактики, сконцентрированные в ее диске, именно их излучение сливается в светлую полосу. Много вдоль Млечного Пути наблюдается и молодых горячих звезд, которые рождаются из уплотненного в галактической плоскости межзвездного вещества. Однако это же вещество, точнее – его пылевая составляющая, поглощает свет более далеких объектов. Поэтому галактики практически и не видны вблизи полосы Млечного Пути.

118. Известно, что 1 парсек $\approx 3{,}2 \cdot 10^{16}$ м $= 3{,}2 \cdot 10^{13}$ км, 1 год $\approx$ $\approx 3{,}2 \cdot 10^{7}$ с. Поэтому за миллион лет, или $3{,}2 \cdot 10^{13}$ с, звезда пройдет 10^4 м/с $\cdot\, 3{,}2 \cdot 10^{13}$ с $\approx 3{,}2 \cdot 10^{17}$ м, или около 10 парсек.

119. Во-первых, очевидно, что Земля в момент старта и Марс в момент окончания полета должны находиться в противоположных относительно Солнца точках своих орбит (точки $З_1$ и M_2 на рисунке 7). Во-вторых, космическое тело (планета, корабль) совершает оборот вокруг Солнца тем дольше, чем больше большая полуось его орбиты. Следовательно, за то время, пока корабль долетит от Земли до Марса (совершит пол-оборота по эллипсу, изображенному на рисунке), Земля пройдет по орбите более полуоборота, а Марс – менее. В момент старта Марс находится примерно в точке M_1, а Земля в момент завершения полета – в точке $З_2$.



Правильный рисунок *Типичная ошибка*

Рис. 7

Примечание. Обратите внимание на правильность изображения орбиты корабля. Типичной ошибкой (рисунок справа) является изображение эллипса, пересекающего орбиту Земли.

120. Выше всего Солнце поднимается в момент верхней кульминации, при пересечении им небесного меридиана. При этом в Сочи Солнце будет к югу от точки зенита, а в Кито – к северу. Соответствующие высоты Солнца равны

$$h_С = 90° - \varphi + \varepsilon = 46° + 23{,}5° = 69{,}5°,$$

$$h_К = 90° - \varepsilon = 90° - 23{,}5° = 66{,}5°.$$

Отсюда

$$h_С - h_К = 3°,$$

т.е. в Сочи Солнце поднимается на 3° выше, чем в Кито.

121. Найдем сначала, во сколько раз светимость Веги превышает светимость Солнца. Расстояние до Веги (обозначим его через D) равно $1/0{,}12 = 8{,}3$ пк, или около $1{,}7 \cdot 10^6$ а.е., т.е. в $1{,}7 \cdot 10^6$ раз больше, чем расстояние от Земли до Солнца (обозначим его через A). Если бы Солнце находилось на том же расстоянии, что и Вега, то оно выглядело бы слабее, чем с Земли, в $(D/A)^2 \approx \left(1{,}7 \cdot 10^6\right)^2 \approx 2{,}9 \cdot 10^{12}$ раз. Его видимая звездная величина была бы больше, чем $-26{,}8^m$, на $\frac{5}{2}\lg\left(2{,}9 \cdot 10^{12}\right)$, или примерно на $31{,}2^m$, т.е. составляла бы $-26{,}8^m + 31{,}2^m = +4{,}4^m$.

Вега имеет нулевую звездную величину (по условию задачи). Поскольку разность в 5 звездных величин означает различие по яркости в 100 раз, различие в 4,4 звездные величины соответствует тому, что светимость Веги выше светимости Солнца в $10^{0{,}88} \approx$ ≈ 58 раз.

Обозначим за x расстояние от Солнца до искомой точки, где находится наблюдатель. Тогда от Веги до этой точки расстояние будет $D - x$ либо $D + x$. Поскольку видимая яркость падает обратно пропорционально квадрату расстояния и должна быть одинаковой у обоих звезд в точке наблюдения, составим соответствующие пропорции. Для первого случая

$$L_\odot / x^2 = L / (D - x)^2,$$

где $L_\odot$ и L – светимости Солнца и Веги соответственно. Отсюда

$$(D - x)/x = \sqrt{L/L_\odot} = \sqrt{58} \approx 7{,}6,$$

или

$$x = D/8{,}6 = 0{,}97 \text{ пк}.$$

Для второго случая

$$L_\odot / x^2 = L / (D + x)^2,$$

откуда

$$(D + x)/x \approx 7{,}6, \text{ и } x = D/6{,}6 \approx 1{,}26 \text{ пк}.$$

Итак, искомая точка находится на расстоянии 0,97 пк по направлению к Веге или 1,26 пк по направлению от Веги.

122. Центр Земли движется по орбите со скоростью $2\pi R/T$, а Магадан относительно центра Земли – со скоростью $2\pi r/\tau$, где R – расстояние от Земли до Солнца, r – расстояние от земной оси до Магадана, в точности равное половине радиуса Земли (поскольку широта Магадана 60°), T – период обращения Земли вокруг Солнца, τ – период суточного вращения Земли. Таким образом, скорость Магадана относительно Солнца меняется от $2\pi R/T - 2\pi r/\tau$ до $2\pi R/T + 2\pi r/\tau$. Их разница по отношению к средней скорости составляет

$$(4\pi r/\tau)/(2\pi R/T) = (2r/R)(T/\tau) = (6370/149600000)365 \approx 1{,}55\%.$$

123. Высота Солнца равна 45°, поэтому широта места составляет

$$90° - (45° - 15°) = 60°.$$

124. Внутренняя сторона серпа Луны представляет собой полуэллипс, концы которого находятся на одном диаметре лунного диска. Серп Венеры имеет удлиненные рожки из-за рассеяния света в ее атмосфере. Серп Солнца составлен из двух дуг практически одинаковых окружностей.

125. Максимально возможное склонение Луны равно

$$23{,}5° + 5{,}1° = 28{,}6°.$$

Отсюда минимальное расстояние до Северного полюса составляет

$$90° - 28{,}6° = 61{,}4°.$$

126. В день осеннего равноденствия точка весны кульминирует ровно в полночь (0 ч). Каждый день она кульминирует на 4 минуты раньше, чем в предыдущий. Следовательно, через три недели кульминация произойдет в 22 ч 36 мин.

127. а) 16; б) 40; в) 1000000.

128. В соответствии с третьим законом Кеплера, радиус орбиты астероида пропорционален корню кубическому из квадрата периода обращения, т.е. составляет 2,08 а.е. Тогда очевидно, что искомый угол – это максимальный угол, под которым можно увидеть отрезок длиной 1 а.е., один из концов которого находится на расстоянии в 2,08 а.е. от наблюдателя. Он будет равен

$$\arcsin(1\text{ а.е.}/2{,}08\text{ а.е.}) \approx 29°.$$

От наклона орбиты ответ не зависит.

129. В первом случае Земля улетела бы по параболе, во втором – орбита практически не изменилась бы.

130. Может быть несколько способов. Наиболее очевидный – это измерение годичных изменений лучевых скоростей звезд, связанных с движением наблюдателя по орбите. Максимальная амплитуда лучевой скорости, равная скорости движения планеты по орбите, будет у звезд в плоскости орбиты планеты.

Определив продолжительность года (например, из тех же наблюдений) и умножив на амплитуду лучевой скорости, получим длину орбиты, а следовательно, и ее радиус. Можно также использовать измерения аберрации света или тригонометрического параллакса ближайших планет и третий закона Кеплера.

131. Скорость будет примерно равна параболической скорости для солнечной орбиты, которая в $\sqrt{2}$ раз превышает круговую. Отсюда $V \approx 280$ км/с.

132. Земля действительно часто бывает самым ярким светилом на марсианском небе, но не во времена противостояний Марса. В этом случае Земля с него не видна, ибо в том же направлении находится Солнце.

133. Зимой, в начале января, поскольку в это время Земля находится ближе к Солнцу (проходит перигелий 4 января) и, следовательно, движется быстрее.

134. Дело в том, что острота зрения у разных людей и условия наблюдения не одинаковы.

135. На полярных кругах: на северном – в момент восхода точки весеннего равноденствия, на южном – в момент ее захода.

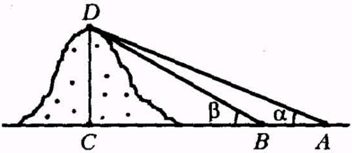


Рис. 8

136. Возможны несколько способов.

а) Приближаясь к острову или удаляясь от него, можно измерить угловую высоту вершины над горизонтом в двух точках (A и B на рисунке 8), а лагом измерить пройденный при этом путь. Зная углы α и β, а также отрезок AB, легко найдем все стороны треугольников ACD и BCD.

б) Используя секстан как горизонтальный угломерный инструмент, а известную капитану длину судна – как базу можно измерить параллакс вершины и вычислить расстояние до нее.

в) Обычно в лоции указаны высоты гор, поэтому достаточно измерить угловую высоту горы, чтобы вычислить искомое расстояние (этот способ – самый простой).

г) Определив с помощью секстана по Солнцу свои точные координаты и сняв с карты координаты горы на острове, в принципе можно вычислить расстояние. Вопрос лишь в точности измерения – обычный секстан такой точности не дает.

137. Солнце, Луна и Венера видны невооруженным глазом, а звезды до 4^m – с помощью телескопа.

138. Решение этой задачи в точности совпадает с решением задачи 16, несмотря на иную формулировку условия. Ответ:

$$\tau = (1\text{ год})/2^{5/2} \approx 64,6\text{ сут}.$$

139. Двойную звезду α Cen будем считать за одно «двойное солнце». Значит, новыми яркими звездами на ночном небе могут быть только наше Солнце или далекий спутник α Cen – Проксима. Солнце очень похоже на α Cen A, поэтому его блеск будет таким же, как у нее на нашем небе – около 0^m. Проксима имеет у нас блеск 11^m и видна на расстоянии $2,2°$ от α Cen. Значит, ее линейное расстояние от α Cen не менее $(1,3\text{ пк})(2,2°)(\pi/180°) \approx 0,05$ пк. Разность расстояний от Солнца до Проксимы и до α Cen составляет около 0,02 пк, сложив ее с 0,05 пк по правилу квадратов получим 0,054 пк (впрочем, при наших оценках это даже можно не учитывать). Итак, Проксима в $1,3/0,054 \approx 24$ раза ближе к α Cen, чем Солнце. На расстоянии Солнца она имела бы блеск 11^m, а приближенная в 24 раз стала бы на 7^m ярче ($24^2 \approx 100^{7/5}$). Следовательно, она имела бы блеск около 4^m и не выделялась среди других звезд умеренного блеска. Итак, лишь Солнце оказалось бы новой яркой звездой на небе Альфы Центавра.

Указать место Солнца среди звезд очень легко. Действительно, если координаты α Cen составляют $\alpha = 14^h36^m$ и $\delta = -62°38'$, то Солнце будет в диаметрально противоположной точке неба с координатами $\alpha + 12^h$ и $-\delta$, т.е. получаем $\alpha_\odot = 2^h36^m$ и $\delta_\odot = 62°38'$. Это – созвездие Кассиопеи. При этом Солнце будет выглядеть значительно ярче главных звезд Кассиопеи, образующих фигуру «W» и имеющих блеск $2 - 3^m$, а фигура созвездия станет похожа на волну.

140. Поток отраженного света увеличится пропорционально возросшей суммарной площади. Радиус каждой части астероида составил $0,5^{1/3}$ радиуса исходного астероида, а площадь поверхности составила, соответственно, $0,5^{2/3}$. Полная площадь двух частей возросла по сравнению с исходной в $2 \cdot 0,5^{2/3} = 2^{1/3} = 1,26$ раза. В звездных величинах соответствующее увеличение блеска составляет

$$\frac{5}{2}\lg(1,26) \approx 0,25^m.$$

141. В Сиднее день длиннее, поскольку в южном полушарии продолжительность дня в это время года убывает, а в Сантьяго день начинается почти на 15 часов позже, чем в Сиднее.

142. Первое приближение: $\delta = 0°$. Но если учесть рефракцию, то получается узкая полоса вдоль небесного экватора, т.е. $-35' < \delta < 35'$. Если же учесть еще и атмосферное поглощение, то таких звезд просто не существует – для наблюдения нужно, чтобы их высота над горизонтом составила хотя бы несколько градусов.

143. Абсолютная величина скопления

$$0^m - \frac{5}{2}\lg 250 = -6^m.$$

С учетом расстояния (mod = +10) получаем видимый блеск $+4^m$.

144. Во время затмения на Луну попадает свет, прошедший сквозь земную атмосферу и преломленный ею. Вспомним, что максимальный угол рефракции для наблюдателя на поверхности Земли составляет около $35' \approx 0{,}6°$. Выходя из нижних слоев атмосферы в космос, свет еще раз испытывает преломление на $0{,}6°$. Итого: почти $1{,}2°$, что явно больше радиуса геометрической земной тени вблизи Луны (ее диаметр около $1{,}5°$). Значит, преломленный в атмосфере Земли свет попадает во все области геометрической тени у поверхности Луны. Красные лучи солнечного света менее других рассеиваются и поглощаются в земной атмосфере (вспомним красное солнце у горизонта); они-то в основном и доходят до Луны сквозь земную атмосферу.

145. Если бы масса Солнца увеличилась в α раз, то орбита Земли стала бы эллиптической с афелием в той точке, где она была в момент воображаемого изменения массы Солнца. Таким образом, расстояние до Солнца в афелии $A = 1$ а.е. Чтобы определить расстояние в перигелии P, запишем уравнения, соответствующие законам сохранения момента импульса:

$$PV_{п} = AV_{а}$$

и энергии:

$$\left(V_{п}^2 - V_{а}^2\right)/2 = G\alpha M(1/P - 1/A).$$

Учтем также, что для первоначальной круговой орбиты справедливо равенство

$$V^2/R = GM/R^2,$$

что применительно к изменившимся условиям дает

$$V_{а}^2 = GM/A.$$

Решив полученную систему уравнений, найдем, что $A/P = 2\alpha - 1$ и эксцентриситет $e = (A - P)/(A + P) = (\alpha - 1)/\alpha$. В нашем случае $\alpha = 2$, следовательно, $e = 1/2$ и расстояние в перигелии $P = 0{,}33$ а.е. Таким образом, при мгновенном удвоении массы Солнца Земля перешла бы на эллиптическую орбиту, заключенную между современными орбитами Земли и Меркурия.

146. Выехав утром на запад и вернувшись в исходную точку вечером, можно провести в пути на дневной стороне Луны $3/2$ синодического периода Луны, т.е. $(3/2)29{,}5$ сут $= 44{,}3$ сут, что составляет 1063 ч. За это время луноход пройдет 10630 км, а длина экватора Луны $2\pi \cdot 1737$ км ≈ 10900 км. Получается, экспедиция невозможна? Но мы рассматривали самое длинное «круголунное» путешествие. Если же двигаться не по экватору, а по одной из параллелей к северу или к югу от него, то такая экспедиция возможна.

147. Пусть r – радиус земной орбиты, а R – радиус орбиты неизвестной планеты. Тогда расстояние между Землей и планетой в соединении $R + r$, в противостоянии $R - r$ и отношение потоков света от планеты составляет

$$\frac{(R+r)^2}{(R-r)^2} = 100^{\Delta m/5},$$

где Δm – разность блеска. Отсюда

$$(R+r)/(R-r) = 10^{\Delta m/5},$$

$$R/r = \left(10^{\Delta m/5} + 1\right)\big/\left(10^{\Delta m/5} - 1\right) \approx 5{,}17.$$

Из третьего закона Кеплера получаем орбитальный период планеты:

$$T = (R/r)^{3/2} \approx 11{,}7 \text{ лет}.$$

Время от соединения до противостояния τ, равное половине синодического периода обращения планеты, найдем из соотношения

$$1/(1 \text{ год}) - 1/T = 1/(2\tau),$$

откуда

$$\tau \approx 0{,}55 \text{ года} \approx 200 \text{ дней}.$$

Вы, наверное, уже догадались, что эта планета – Юпитер.

148. На Земле мы чувствуем силу тяжести, которая обусловлена гравитационным притяжением Земли, но не чувствуем силу тяжести, обусловленную притяжением Солнца, поскольку вместе с Землей «падаем» на Солнце. Точно так же на спутнике мы не чувствуем притяжения Земли, поскольку «падаем» на нее, но могли бы чувствовать притяжение самого спутника, будь он достаточно массивен.

149. По теореме об углах треугольника, вписанного в окружность, можно определить, что точки, из которых радиус лунной орбиты $R_Л$ виден под углом менее 15°, находятся за пределами фигуры вращения, образованной окружностью радиусом $R = R_Л(2\sin 15°) = 743$ тыс. км, проходящей через центры Земли и Луны и вращающейся вокруг прямой, их соединяющей. (Эта фигура – почти тор.) В проекции на плоскость лунной орбиты (которую будем считать совпадающей с плоскостью эклиптики) это две окружности, пересекающиеся в точках Земли и Луны. К тому же, эта фигура с периодом в 1 месяц вращается вокруг оси, перпендикулярной эклиптике и проходящей через центр масс системы Земля–Луна (для простоты будем считать его совпадающим с центром Земли).

Итак, требованию задачи удовлетворяют все возможные орбиты, при движении по которым станция все время находится за пределами поверхности этой второй фигуры вращения, которая практически представляется шаром радиусом около $R_{min} = 1{,}5 \cdot 10^6$ км. Может ли быть у ИСЗ (искусственного спутника Земли) орбита такого радиуса? Сравним ускорение к Земле $a_\oplus$ и приливное ускорение к Солнцу $a_\odot$:

$$a_\oplus = GM_\oplus / R^2, \quad a_\odot = 2GM_\odot R / R_\oplus^3,$$

где $M_\oplus$ – масса Земли, $R_\oplus = 1$ а.е. – радиус земной орбиты. Очевидно, при $a_\oplus < a_\odot$ спутник не может двигаться по околоземной орбите. Отсюда найдем максимальное расстояние спутника:

$$R_{max} = R_\oplus \left(M_\oplus / (2M_\odot) \right)^{1/3} = 1{,}7 \cdot 10^6 \text{ км},$$

что очень близко к R_{min}. Это указывает на крайнюю неустойчивость орбиты спутника. Существует лишь одна возможность стабильно двигаться на таком расстоянии от Земли – это зависнуть в одной из двух прямолинейных точек Лагранжа системы Земля–Солнце. Находясь в одной из таких точек, спутник будет видеть Луну на расстоянии не более 15° от Земли. Однако у Земли при этом не будет наблюдаться смены фаз (ведь спутник постоянно находится на прямой Земля–Солнце), а у Луны фаза будет отличаться от полной не более чем на 15°, что практически незаметно. Значит, найденное решение не отвечает условию задачи.

Вспомним, однако, что существует и вторая возможность решения. Если спутник обращается вокруг Земли синхронно с

Луной, то ему достаточно быть вне первой фигуры вращения, т.е. если ограничиться плоскостью эклиптики, то – вне двух пересекающихся окружностей, проходящих через Землю и Луну. Синхронное с Луной обращение обеспечивается равенством радиуса орбиты спутника большой полуоси орбиты Луны. Нарисовав окружность такого радиуса с центром в точке Земли, мы увидим, что ее небольшая дуга попадает в нужную область. Практически это означает, что спутник должен двигаться по круговой орбите, близкой к лунной, находясь на расстоянии менее 15° от антиподной точки Луны. Тот факт, что сама Луна движется по эллиптической орбите, будет вызывать ее периодическое смещение относительно Земли. При этом смены фаз Луны и Земли будут происходить в полной мере.

150. Используем два способа рассуждений.

1) Абсолютная звездная величина Галактики оценивается как -20^m. Приняв формально расстояние Солнца от центра Галактики (10 кпк) как расстояние от источника света, получим видимую величину Галактики

$$m = -20^m + 5\lg(10 \text{ кпк}/10 \text{ пк}) = -5^m.$$

Ясно, что это оценка снизу.

2) Если приблизиться к Туманности Андромеды (галактики, близкой по параметрам к нашей) с нынешнего расстояния 700 кпк до 10 кпк, то ее видимый блеск возрастет с 3^m на $5\lg(700/10) \approx 9{,}2^m$ и составит около -6^m. При этом часть ее излучения также поглощается пылью, хотя и гораздо меньше, чем в Галактике, поскольку мы находимся вне слоя пыли и наблюдаем галактику не с ребра.

Итак, можно принять с хорошей точностью, что в отсутствие пыли суммарный блеск звездного неба будет в пределах от -5^m до -7^m. Это в несколько сот раз слабее полной Луны, а, как известно, даже в полнолуние с трудом удается разобрать лишь крупный и четкий шрифт. Так что даже при отсутствии пыли Млечный Путь все равно был бы слабым источником света.

151. Скорость искусственного спутника Земли на этой орбите составляет 7,9 км/с. А скорость подлетающего к Земле метеорита не может быть меньше второй космической, т.е. 11,2 км/с. Значит, минимальная скорость столкновения $V_{\min} = 11{,}2$ км/с – – 7,9 км/с = 3,3 км/с. В принципе, возможна встреча с метеоритом, обращающемся по околоземной орбите, хотя на низких орбитах таких естественных метеоритов практически нет. В этом случае $V_{\min} = 0$.

Максимальной скорость метеорита теоретически может быть сколь угодно большой. К примеру, если метеорит летит из-за пределов Солнечной системы, то он приближается к орбите Земли по параболической или гиперболической траектории. Если же ограничиться рассмотрением объектов, принадлежащих Солнечной системе, то их скорость вблизи земной орбиты может достигать почти третьей космической, которая равна $\sqrt{2}V_{орб} = 30\sqrt{2}$ км/с = 42 км/с. Если к тому же метеорит движется навстречу Земле, то его скорость складывается с орбитальной скоростью нашей планеты: 30 км/с + 42 км/с = = 72 км/с. А вблизи Земли, за счет притяжения, она возрастет еще (складываются энергии, т.е. квадраты скоростей): $\sqrt{(72\ \text{км/с})^2 + (11{,}2\ \text{км/с})^2} = 73$ км/с. К этой скорости может еще добавиться скорость спутника. В результате получим максимальную скорость столкновения $V_{max} = 73$ км/с + 7,90 км/с ≈ 81 км/с.

152. Во время солнечного затмения лунная тень движется по поверхности Земли приблизительно с запада на восток со скоростью около 1 км/с (это скорость движения Луны по орбите). В ту же сторону, но с меньшей скоростью, происходит суточное движение земной поверхности: на экваторе эта скорость достигает $2\pi R/24^h = 0{,}46$ км/с, а на полюсах уменьшается до нуля. Поэтому в районе экватора скорость тени относительно поверхности составляет только чуть более 0,5 км/с. Приняв диаметр лунной тени равным 200 км, легко вычислить, что в высоких широтах затмение может продолжаться около 3,5 мин, тогда как вблизи экватора – до 7 мин.

Вторая, менее важная, причина состоит в том, что размер лунной тени на экваторе чуть больше, чем в полярных областях, поскольку наблюдатель на экваторе расположен ближе к Луне.

153. Солнце быстрее всего движется по эклиптике в первых числах января, когда Земля проходит через перигелий своей орбиты. В этот период Солнце находится в созвездии Стрельца и в зодиакальном знаке Козерога. (Помните, в чем различие этих понятий? За 2 тыс. лет, прошедшие с момента канонизации астрологии в трудах Птолемея, в результате прецессии накопилось расхождение между положениями созвездий и точки весеннего равноденствия, к которой привязаны знаки Зодиака.) Значит, через знак Козерога Солнце проходит наиболее быстро (на 2 суток быстрее, чем через летний знак Рака).

154. Орбита кометы сильно вытянута (рис.9), поэтому в афелии она находится на расстоянии около $2a_к$ от Солнца, а планета – на расстоянии $a_п$ (a – большая полуось орбиты). Отношение этих расстояний, найденное из третьего закона

Кеплера, составляет $2a_к/a_п = 2(T_к/T_п)^{2/3} = 2(76/165)^{2/3} = 1{,}2$. Комета Галлея в афелии удаляется за орбиту Нептуна.

155. Это эффект контраста: на фоне ночного неба пепельный свет Луны виден, а на фоне яркого дневного неба – нет. Даже в момент полного затмения небо вблизи Луны довольно ярко освещено солнечной короной.

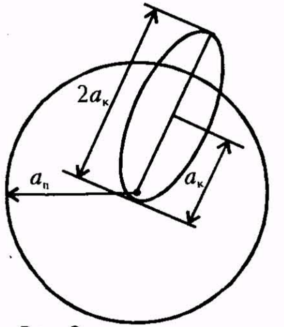


Рис. 9

156. Разница в 20^m уменьшает поток фотонов в 10^8 раз. Время экспозиции (3600 с) и площадь объектива ($\pi D^2/4 = 7854$ см^2) увеличивают его в $3600 \cdot 7854 \approx 2{,}8 \cdot 10^7$ раз (потерь в оптике мы не учитываем). Следовательно, на пластинку попадет $2{,}8 \cdot 10^5$ фотонов.

157. Нет, не смогут. Вездеход должен двигаться со скоростью не больше первой космической, иначе он оторвется от поверхности и потеряет опору. Найдем время облета астероида по низкой орбите с этой предельной скоростью: $T = 2\pi R/V_1 = 2\pi\sqrt{R^3/(GM)} = \sqrt{3\pi/(G\rho)}$. Для получения численных значений вспомним, что у низколетящего спутника Земли период составляет 1,5 ч, а плотность Земли равна 5,5 г/см^3. Сравнивая, для астероида получаем $T = 1{,}5\sqrt{5{,}5/2{,}5}$ ч $= 2{,}2$ ч. Значит, вездеход не сможет объехать астероид за 2 часа.

158. Расстояние r от звезды до центра масс, лежащего на пересечении биссектрис треугольника, найдем с помощью теоремы Пифагора и теоремы о пересечении биссектрис, делящих друг друга в отношении $1/2$. Получим $r = L/\sqrt{3}$. Сложив по правилу параллелограмма силы, действующие на звезду, найдем ее ускорение к центру масс: $a = \sqrt{3}\,Gm/L^2$, где m – масса звезды. Это ускорение играет роль центростремительного (V^2/r), поэтому скорость вращения $V = \sqrt{Gm/L}$. А поскольку орбитальный период $T = 2\pi r/V$, для массы звезды получаем

$$m = 4\pi^2 L^3/(3GT^2).$$

159. Собственное движение Альтаира, выраженное в угловых секундах за год, легко перевести в тангенциальную скорость звезды, измеренную в км/с:

$$V_t = \mu/\pi\,(1{,}5 \cdot 10^8 \text{ а.е./км})/(3{,}16 \cdot 10^7 \text{ год/с}) \approx 15{,}8 \text{ км/с}.$$

Тогда полная скорость звезды равна

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_t^2} \approx 30 \text{ км/с}.$$

Поскольку на настоящий момент расстояние до Альтаира составляет $D = 1/\pi \approx 5{,}1$ пк, из подобия треугольников (рис. 10) легко найти минимальное расстояние:

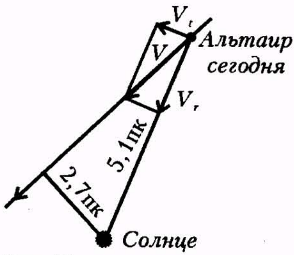


Рис. 10

$$D_{\min} = DV_t/V \approx 2{,}7 \text{ пк}.$$

Длина пути до этой точки также находится из подобия этих треугольников:

$$L = DV_r/V = V_r/(\pi V),$$

откуда получаем время, через которое произойдет сближение:

$$\Delta t = L/V = V_r/(\pi V^2) \approx 150 \text{ тыс. лет}.$$

При этом освещенность Земли Альтаиром увеличится в $(D/D_{\min})^2$ раз, следовательно, его звездная величина составит

$$m_1 = m - 5\lg(D/D_{\min}) = 0{,}89^m - 5\lg(5{,}1/2{,}7) = -0{,}49^m.$$

160. Линии в спектре быстро вращающейся планеты наклонены к протяжению спектра. Приближающийся к наблюдателю край диска планеты дает сдвиг одних концов линий в фиолетовую сторону спектра, удаляющийся же край – сдвиг других концов линий в красную сторону. Центр диска не дает никакого сдвига спектральных линий. Лучевая скорость пропорциональна расстоянию от центра диска. Поэтому наклонные линии будут прямыми.

161. Столько раз, сколько она пересекает небесный экватор. В течение сидерического месяца ($27{,}32^d$) она делает это дважды. Значит, в среднем 26—27 раз в течение года Луна видна в зените из какой-нибудь точки экватора Земли.

165. Утром, так как Земля движется по орбите утренней стороной вперед. На противоположную вечернюю сторону попадают только те метеорные тела, которые «догоняют» Землю по орбите. Частота попадания метеорных тел на ночную или дневную сторону практически не зависит от движения Земли.

Правда, здесь следует заметить, что чем быстрее влетает в атмосферу метеорное тело, тем меньшая его часть долетает до

Земли (см., например, задачу 192). Этот эффект уменьшает разницу в количестве вещества, реально долетающего до поверхности Земли утром и вечером.

166. В первом приближении (если считать угловой размер Солнца много меньше углового размера спутника) продолжительность затмения пропорциональна

$$R_{\text{сп}} / V_{\text{орб}} \sim R_{\text{сп}} T_{\text{сп}} / R_{\text{орб}} .$$

Согласно этим оценкам, наиболее продолжительное полное затмение обеспечивает Харон, спутник Плутона. Кроме того, чем больше видимый угловой размер Солнца, тем меньше будет время затмения, что тоже говорит в пользу Плутона.

167. Высота Солнца над горизонтом в полдень (максимальная высота) находится по формуле $h = 90° - \varphi + \delta$, где δ – склонение Солнца на данный момент. Для 14 мая $\delta \approx 18°30'$. (Оценить эту величину можно различными способами, например, интерполируя синусоидой с 21 марта, когда $\delta = 0°$, по 22 июня, когда $\delta = 23°27'$.) Таким образом, 14 мая

$$h = 90° - 54°37' + 18°30' \approx 54° .$$

Средний астрономический полдень наступит по Гринвичу в

$$12^{h} - 39°44'(1^{h}/15°) \approx 9^{h}21^{m} .$$

Прибавив разницу во времени (летом – 4 часа), получаем по Московскому времени $13^{h}21^{m}$. Поправка, связанная с уравнением времени в середине мая, незначительна: около $-3'40''$. С этой поправкой кульминация Солнца 14 мая в Рязани бывает в $13^{h}17^{m}$.

168. Вся поглощаемая астероидами энергия идет на излучение, происходящее по закону $E \sim T^4$. Поэтому запишем

$$E_2 = E_1/2, \text{ откуда } T_2^4 = T_1^4/2, \text{ или } T_2 = T_1/2^{1/4} .$$

В градусах Цельсия получим

$$t_2 = (273 + t_1)/2^{1/4} - 273 = -128\,°\text{C}.$$

169. Примем яркость галактики, лишенной пыли, за единицу. Тогда при наличии тонкого слоя пыли, поглощающего втрое, яркость составит $1/2 + (1/2)/3$. Соответствующая разность звездных величин будет равна

$$\frac{5}{2}\lg(1/2 + 1/6) = 0{,}44^{m},$$

т.е. галактика выглядела бы ярче на $0{,}44^{m}$.

170. Пусть V – орбитальная скорость звезд, а D – расстояние между ними. Тогда, согласно эффекту Доплера,

$$\frac{V}{c} = \frac{\Delta\lambda/2}{\lambda}, \text{ и } V = c\Delta\lambda/(2\lambda) \ .$$

Из равенства центростремительного и гравитационного ускорений:

$$V^2/(D/2) = GM/D^2$$

получаем

$$D = GM/\left(2V^2\right) = 2GM/\left(c\Delta\lambda/\lambda\right)^2 \approx 7{,}5 \cdot 10^{10} \text{ м},$$

что составляет около 0,5 а.е.

171. На олимпиаде было предложено немало интересных проектов решения этой задачи, но почему-то почти все предлагали именно «воевать» с астероидами, запуская с Земли ракеты. А ведь запуски современных ракет для уничтожения некоторого астероида нанесут существенно больший экологический ущерб, чем падение такого астероида на Землю (зависимость простая: чем больше астероид, тем больший груз «вооружений» придется выводить на орбиту). И до тех пор пока нет баз на Луне или в других местах вне Земли, разумнее поточнее вычислять место падения и эвакуировать население.

172. Первый минимум звездной величины (т.е. максимум яркости) соответствует наименьшему расстоянию от кометы до Земли: чем ближе к нам небесное тело, тем больше света (при прочих одинаковых условиях) от него до нас доходит. Второй минимум объясняется близостью кометы к Солнцу: во-первых, комета отражает тем больше солнечного света, чем больше его на нее попадает; во-вторых, чем ближе комета к Солнцу, тем больше вещества «испаряется» с ее ядра – голова и хвост становятся более «насыщенными».

173. Противоречия здесь нет: если в районе перигелия орбита кометы гиперболическая, то это не значит, что комета обязательно улетит за пределы Солнечной системы. Возмущения, вызываемые планетами, могут сделать орбиту замкнутой, особенно если ее эксцентриситет очень близок к единице. У нас реализовался как раз такой случай.

174. Разность упомянутых в условии звездных величин

$$\Delta m = 17 - (-13) = 30 \ (= 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5)$$

говорит о том, что поток света от фонаря на расстоянии 250 м в $100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 = 1\,000\,000\,000\,000$ раз больше, чем поток света от всех фонарей Калуги на расстоянии от Земли до Марса в противостоянии (0,38 а.е. = 57000000 км). Поток света от одного фонаря при приближении с 57000000 км до 250 м увеличивается в

$$(57000000 \text{ км}/250 \text{ м})^2 \approx 52\,000\,000\,000\,000\,000 \text{ раз}.$$

Следовательно, в Калуге ночью горит около

$$52\,000\,000\,000\,000\,000/1\,000\,000\,000\,000 = 52000 \text{ фонарей}.$$

175. Скорости космонавтов неодинаковы только потому, что Луна вращается вокруг оси. Луна обращена к Земле одной стороной, поэтому период осевого вращения Луны равен периоду ее обращения вокруг Земли (T). Относительная скорость будет равна удвоенной экваториальной скорости осевого вращения:

$$V = 2 \cdot 2\pi R/T,$$

где R – радиус Луны. Подставляя $T = 27{,}3$ сут $= 2{,}36 \cdot 10^6$ с и $R = 1740$ км $= 1{,}74 \cdot 10^6$ м, получаем

$$V \approx 9{,}3 \text{ м/с}.$$

176. Ниже всего Солнце опускается в полночь. В Северном полушарии его «полуночная» высота находится по формуле

$$h = \varphi - 90° + \delta,$$

где δ – склонение Солнца. Если h имеет отрицательное значение, это означает, что Солнце находится под горизонтом. Наибольшее склонение Солнце имеет 22 июня, когда $\delta = \varepsilon = 23°27'$. Граница территории, на которой хотя бы одну ночь в году не прекращаются навигационные сумерки, находится из формулы для высоты при $h = -12°$ и $\delta = \varepsilon$:

$$\varphi = -12° + 90° - 23°27' = 54°33'.$$

Заметим, что эта параллель проходит по северной части Калуги (для центра Калуги $\varphi = 54°31'$).

Что же касается Южного полушария (почему мы его не рассматривали), то там существует лишь северная граница подобной территории.

177. Из таблицы видим, что эксцентриситет орбиты кометы очень близок к единице, т.е. орбита является практически параболической. Следовательно, скорость в перигелии в $\sqrt{2}$ раз больше круговой с тем же радиусом. Из таблицы находим, что расстояние от Солнца до кометы в перигелии равно 0,230 а.е., т.е.

$$\alpha = a_1/a_3 = 0{,}230.$$

Из третьего закона Кеплера, сравнивая с орбитой Земли, получаем

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_3^2}{a_3^2}, \text{ и } T_1 = \alpha^{3/2} T_3.$$

Теперь находим скорость кометы:

$$V = \sqrt{2}V_1 = \sqrt{2} \cdot 2\pi a_1 / T_1 = 2^{3/2}\, \pi a_3 \big/ \sqrt{\alpha} T_3 \approx 87{,}8 \text{ км/с}.$$

178. За 4000 лет длина суток фактически увеличивается на 0,068 секунды. Следовательно, при расчетах всего периода предыдущих 4000 лет нужно использовать среднюю длину суток, которая на 0,034 секунды короче нынешних. Земля сделала не 1460976,8 оборотов (что получается из расчета по современной продолжительности суток), а на 0,57 оборота больше. Таким образом, если мы пренебрегаем замедлением вращения Земли, то расчеты солнечного затмения дадут, например, точку в Тихом океане вместо Атлантического.

179. Рассмотрим по отдельности три возможных случая:

1) лучевая скорость пульсара направлена от наблюдателя;

2) лучевая скорость пульсара направлена к наблюдателю;

3) лучевая скорость пульсара в момент наблюдения равна нулю.

В первом случае пульсар удаляется от Земли, и с ростом расстояния до наблюдателя угол между вектором его лучевой скорости и вектором полной скорости уменьшается. Следовательно, скорость удаления пульсара от наблюдателя медленно возрастает, поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна уменьшаться.

Во втором случае пульсар приближается к Земле, и с уменьшением расстояния до наблюдателя угол между вектором его лучевой скорости и вектором полной скорости возрастает. Следовательно, скорость приближения пульсара к наблюдателю медленно уменьшается, поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна уменьшаться.

В третьем случае пульсар начинает медленно удаляться от Земли, его лучевая скорость возрастает от нулевого значения. Поэтому частота импульсов, согласно эффекту Доплера, должна уменьшаться.

Таким образом, во всех случаях должно наблюдаться медленное уменьшение частоты импульсов пульсара. Кстати, по своей ожидаемой величине оно вполне доступно измерениям для не очень далеких пульсаров, и лишь медленное торможение вращения радиопульсаров, также приводящее к уменьшению частоты импульсов, затрудняет наблюдательное обнаружение рассматриваемого здесь эффекта.

180. Видимо, автор предполагал, что в результате эволюции Солнце станет остывать. Но 30 миллионов лет – это очень малый срок даже для того, чтобы почувствовать какую-нибудь разницу в излучении Солнца по сравнению с нынешней. Это – первая и главная ошибка.

Далее, в результате эволюции (конечно, гораздо позже, чем через 30 миллионов лет) Солнце должно превратиться в красный гигант с температурой 3–4 тысячи градусов. Конечно, удаленные звезды с такой температурой кажутся нам красными; но если такое освещение (абсолютное черное тело с температурой 3000–4000 К) доминирует, то человеческий глаз будет воспринимать его почти белым (вспомните, что температура спирали лампочки накаливания еще меньше, а освещение в комнате кажется практически белым).

Посчитаем, какая температура будет на Земле, обращающейся вокруг красного гиганта. Десятая часть неба – это, по-видимому, 9 (или 18) градусов, т.е. диаметр Солнца увеличится в 18 (а может быть и более) раз, а его площадь – по крайней мере в 324 раза. Излучение с единицы площади пропорционально четвертой степени температуры, следовательно, по сравнению с нынешним Солнцем оно уменьшится не более чем в 16 раз. Значит, даже по самым оптимистическим оценкам падающее на Землю излучение увеличится в $324/16 \approx 20$ раз. При этом температура Земли поднимется более чем в 2 раза и по шкале Цельсия превысит 300 градусов. Ничего себе, «ужасный холод»!

181. Поскольку лазер оптический, можно считать, что он работает в том же спектральном диапазоне, в котором наблюдается спутник. Следовательно, траектория лазерного луча повторит траекторию луча света, соединяющего спутник с наблюдателем. Поэтому нацеливать лазер надо точно на видимое направление на спутник.

182. Пусть пульсар и его спутник обращаются с периодом T = 1 год вокруг общего центра масс, расположенного вблизи центра пульсара. Обозначим массу пульсара через M, массу спутника – через m и примем, что $m \ll M$. Пусть V – скорость пульсара, V_c – скорость спутника, а R и R_c – радиусы их круговых орбит вокруг центра масс. Тогда орбитальная скорость пульсара, определенная по эффекту Доплера, составит

$$V = c\Delta T_п / T_п = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с} \cdot 10^{-8} = 3 \text{ м/с}.$$

В системе отсчета, связанной с центром масс, суммарный вектор импульса спутника и пульсара равен нулю, поэтому

$$mV_c = MV\text{, или } m = MV/V_c\,.$$

Скорость спутника на круговой орбите равна

$$V_c = \sqrt{GM/R_c}\,,$$

где G – гравитационная постоянная. Отсюда находим

$$T = 2\pi R_c/V_c = 2\pi GM/V_c^3\,,$$

или

$$V_c = (2\pi GM/T)^{1/3}\,.$$

Окончательно для искомой массы получаем

$$m = MV\big(T/(2\pi GM)\big)^{1/3} = 3{,}2\cdot 10^{26}\ \text{кг}\,,$$

что составляет 53 массы Земли.

185. Только на экваторе. В этом легко убедиться, используя любой макет небесной сферы.

186. Отношение расстояний до афелия и перигелия у орбиты Плутона равно

$$a(1+e)/\big(a(1-e)\big) = (1+e)/(1-e) \approx 1{,}6\,,$$

где a – большая полуось орбиты. Малая полуось орбиты составляет

$$b = \sqrt{a^2-\Delta^2} = a\sqrt{1-e^2} \approx 0{,}97a\,.$$

Рис. 11

Это означает, что эллипс не будет практически отличаться от окружности, но Солнце (в фокусе) будет довольно далеко от центра этого эллипса (рис.11). Заметим также, что из-за большого эксцентриситета перигелий орбиты Плутона ближе к Солнцу, чем Нептун.

187. Чтобы нигде на планете день не сменялся ночью, требуется одновременное выполнение трех условий.

А) Угловые скорости орбитального и осевого вращений должны совпадать (другими словами, продолжительность звездного года и звездных суток должна быть одной и той же).

Б) Ось вращения планеты должна быть перпендикулярна плоскости орбиты (эклиптики).

В) Планета должна иметь круговую орбиту, чтобы угловая скорость орбитального вращения не менялась в течение года.

Нарушение любого из этих условий является достаточным для того, чтобы на планете была смена дня и ночи.

188. Полное солнечное затмение соответствует такому взаимному положению Луны и Солнца на нашем небе, при котором диск Луны полностью покрывает диск Солнца. Лунный диск движется относительно солнечного с определенной скоростью, в первом приближении равной

$$u \approx 360^\circ/29{,}5 \text{ сут} \approx 0{,}51''/\text{с}.$$

Очевидно, что максимальное время полного солнечного затмения будет в том случае, когда центр лунного диска проходит через центр солнечного. Это и есть принцип выбора места наблюдения: множество точек на местности, при наблюдении из которых центр одного диска проходит через центр другого, называется линией центра полосы затмения. В этом случае за время между вторым и третьим контактами (т.е. началом и окончанием полного затмения) лунный диск пройдет относительно солнечного угловое расстояние

$$\delta = 2(\rho_{\text{л}} - \rho_\odot) = 68''.$$

Время полного затмения составит

$$\tau = \delta/u = 68''/(0{,}51''/\text{с}) \approx 134 \text{ с}.$$

Примечание. Ответ получен в первом приближении, без учета неравномерности движения Луны по орбите (в момент затмения она находилась близко к перигелию), а также вращения Земли вокруг своей оси. Все вычисления произведены относительно центра Земли, а не ее поверхности (учет этого эффекта см. в решении задачи 194).

189. Как известно, небесное тело является незаходящим в каком-либо месте, если в нижней своей кульминации оно находится не ниже линии горизонта: $h = \varphi - (90^\circ - \delta) \geq 0$, т.е. $\delta \geq 90^\circ - \varphi$. Таким образом, для города Троицка нам нужно, чтобы небесное склонение кометы было $\delta \geq 34^\circ 30'$. Из таблицы эфемерид находим, что это условие выполняется с 3 марта по 18 апреля.

190. Максимальная высота светила, т.е. точка верхней кульминации, определяется по формуле $h = \delta + 90^\circ - \varphi$, откуда следует, что чем больше величина небесного склонения, тем выше поднимается небесное тело. Из таблицы находим, что эта максимальная величина небесного склонения у кометы Хейла-Боппа была 25 марта ($\delta_{max} = 45°50'$). Время кульминации – около полудня. Действительно, прямое восхождение кометы в этот день $\alpha = 00^h39^m$ практически совпадает с прямым восхождением Солнца, которое в день весеннего равноденствия равно нулю и каждый день увеличивается примерно на 04^m, т.е. его можно оценить как $\alpha_{\odot} = 00^h16^m$. Таким образом, время кульминации кометы $t = \alpha - \alpha_{\odot} \approx 00^h23^m$ после полудня (или $12^h31^m + 00^h23^m = 12^h54^m$ Московского зимнего времени). Высота кометы при этом была

$$h_{max} = 45°50' + 90° - 55°30' \approx 80°20'.$$

Конечно, в это (дневное) время комета видна не была, но в темное время суток ее можно было прекрасно наблюдать.

191. Если находиться на уровне моря и не учитывать рефракцию, то, чтобы наблюдать небесные объекты хотя бы в точке верхней кульминации, их небесное склонение должно быть больше $\delta_0 = \varphi - 90°$. Даже для самой южной точки Крыма (широта $44°24'$) δ_0 составляет $-45°36'$. С учетом рефракции можно увидеть объекты со склонением до $-46°36'$. Но центр шарового скопления с $\delta = 47°30'$ все же увидеть невозможно. Однако может помочь подъем на гору. Действительно, при подъеме на высоту H (рис.12) положение видимого горизонта будет ниже на угол $\gamma = \mathrm{arctg}(l/R)$, где R – радиус Земли, а l находится из условия $l^2 = (R+H)^2 - R^2 = H(2R+H)$. Поскольку $H \ll l \ll R$, получаем $l \approx \sqrt{2RH}$ и $\gamma \approx l/R \approx \sqrt{2H/R}$ (в радианах).

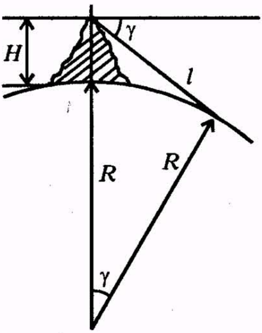


Рис. 12

Для наивысшей точки Крыма (гора Роман-Кош, широта $\varphi_m = 44°36'$, высота над уровнем моря $H = 1545$ м) получаем $\gamma \approx 0{,}022$ рад $\approx 1°16'$. Таким образом, предельное небесное склонение, доступное для наблюдения из Крыма, составит

$$\delta_m = 44°36' - 90° - 1° - 1°16' \approx -47°40',$$

а это ниже точки верхней кульминации центра шарового скопления ω Центавра, т.е. пронаблюдать его можно.

Примечание. Задача эта немного искусственная. В реальной жизни атмосферное поглощение не учитывать никак нельзя.

192. Для того чтобы хотя бы часть метеорита долетела до Земли, необходимо, чтобы его полной кинетической энергии не хватило на нагрев всего льда, его плавление, нагрев воды до температуры парообразования и превращение воды в пар:

$$mV^2/2 \le mc_л \Delta t_л + m\lambda + mc_в \Delta t_в + mr,$$

где m – масса метеорита, $\Delta t_л = 50\ °C$ и $\Delta t_в = 100\ °C$ – температуры, на которые нагреваются лед и вода соответственно. Отсюда находим

$$V \le \sqrt{2(c_л \Delta t_л + \lambda + c_в \Delta t_в + r)}.$$

Для максимальной скорости метеорита получаем

$$V_{max} \approx 2{,}5 \text{ км/с}.$$

Заметим, что до поверхности Земли долетит именно твердый метеорит (лед), поскольку все четыре описанных процесса происходят только для участков метеорита, близких к его поверхности, причем практически одновременно. Таким образом, метеорит уменьшается в размерах, оставаясь твердым, и ситуация прилета к земле «большой капли воды» невозможна.

193. Поскольку разность звездных величин равна 8, ясно, что главная звезда – массой $2M_\odot$ – находится на главной последовательности, а спутник представляет собой белый карлик, масса которого не более $M_\odot$. В соответствии с третьим законом Кеплера,

$$(M + m)T^2/a^3 = \text{const},$$

причем эта константа равна единице, если работать в системе единиц «а.е. – год – $M_\odot$». Подставив $M + m = (2+1)M_\odot$ и $T =$ $= 177$ лет, получим большую полуось:

$$a \approx 50 \text{ а.е.}$$

Поскольку 50 а.е. видны под углом $2{,}5''$, то 1 а.е. видна под углом $0{,}05''$, значит, расстояние до звезд составляет около 20 пк.

194. В результате суточного вращения поверхность Земли движется в том же направлении, что и лунная тень, поэтому относительно поверхности Земли скорость тени будет меньше, чем скорость относительно центра Земли. Из этого следует, что реальное время затмения больше, чем вычисленное в задаче 188.

Примечание-дополнение. Количественно это можно учесть следующим образом. Скорость лунной тени относительно линии центр Земли – центр Солнца равна $V_1 = 2\pi R/T \approx 950$ м/с, а скорость Читинской области относительно той же линии $- V_2 = (2\pi r\cos\varphi)/t \approx 315$ м/с (здесь $R = 384000$ км – средний радиус лунной орбиты, $r = 6380$ км – радиус Земли, $T = 29{,}5$ сут – синодический период обращения Луны, $t = 1$ сут – период обращения Земли вокруг своей оси, $\varphi = 52°$ – географическая широта).

Если бы затмение происходило в полдень, то для получения скорости движения тени по поверхности Земли можно было бы просто вычесть V_2 из V_1. Однако затмение происходит по всемирному времени в 01^h, по местному астрономическому времени в $01^h + 113°/(15^{°/h}) \approx 08^h32^m$, т.е. примерно за 3 ч 28 мин до полудня, Это означает, что Читинская область расположена примерно на 52° от линии центр Земли – центр Солнца, и скорость лунной тени составляла $V_1 - V_2\cos 52° \approx 780$ м/с.

Таким образом, более точная оценка дает максимальную продолжительность затмения $\tau_* \approx 134$ с $(950/780) \approx 163$ с. Эта оценка практически совпадает с наблюдаемой величиной.

195. Понадобятся следующие данные, которые можно найти в таблице: эксцентриситет орбиты $e = 0{,}9951$ и расстояние от Солнца до точки перигелия $p = 0{,}914$ а.е. Исходя из этих данных, легко найти большую полуось орбиты: $a = p/(1-e) \approx 186{,}5$ а.е., а зная ее, по третьему закону Кеплера (сравнивая с обращением Земли вокруг Солнца), – и период обращения:

$$T = T_З a^{3/2} \approx 2550 \text{ лет}.$$

Что же касается точности оценки, то ответ получен для движения кометы в поле тяготения Солнца, без учета влияния планет (которое может быть достаточно сильным). Судите сами: с учетом влияния планет оценка периода обращения дает 4200 лет в прошлом (предыдущий период) и 2400 лет в будущем (следующий период). Кроме того, расстояние от Солнца до кометы в точке ее афелия порядка 400 а.е., а на таких больших расстояниях влияние гравитации Солнца очень мало и небольшое возмущение может сильно повлиять на орбиту и, следовательно, на период обращения кометы. Еще раз подчеркнем для сравнения: планеты Солнечной системы, общая масса которых меньше 1 % солнечной, а расстояния от них до Солнца не превышают 40 а.е., и то изменили период обращения кометы почти в 2 раза (с 4200 до 2400 лет).

196. Максимальное удаление звезды от центра галактики можно найти, используя закон сохранения энергии. Удаляясь от центра галактики, звезда теряет скорость, преодолевая силу притяжения галактики, т.е. совершая работу против сил тяготения. Работа, совершенная звездой на участке от R_0 до R_g, равна площади трапеции, заключенной под прямолинейным участком графика зависимости силы от расстояния:

$$A_1 = \left(R_g - R_0\right)\left(F_g + F_0\right)/2,$$

где F_g и F_0 – соответствующие значения силы притяжения. Легко понять, что на круговых орбитах

$$F_g/m = V_g^2/R_g \text{ и } F_0/m = V_0^2/R_0,$$

где m – масса звезды. Работа, совершенная звездой против силы тяготения в интервале расстояний между R_g и R_{max} (максимальным расстоянием от центра галактики), где гравитационная сила изменяется по закону $1/r^2$, равна разности значений потенциальной энергии:

$$A_2 = GMm/R_g - GMm/R_{max},$$

где G – гравитационная постоянная, а M – полная масса галактики; при этом известно, что

$$GM = R_g V_g^2.$$

В соответствии с законом сохранения энергии,

$$mV^2/2 = \left(R_g - R_0\right)\left(F_g + F_0\right)/2 + GMm\left(1/R_g - 1/R_{max}\right),$$

или

$$V^2 = \left(R_g - R_0\right)\left(V_g^2/R_g + V_0^2/R_0\right) + 2V_g^2\left(1 - R_g/R_{max}\right).$$

Подставив в это выражение численные значения из условия задачи (при этом заметим, что к единицам СИ переходить вовсе не обязательно), получим

$$R_{max} \approx 43{,}7 \text{ кпк}.$$

Чтобы навсегда покинуть галактику, звезда должна иметь такую скорость V_*, чтобы

$$V_*^2 \geq \left(R_g - R_0\right)\left(V_g^2/R_g + V_0^2/R_0\right) + 2V_g^2.$$

Вычисления дают

$$V_* \approx 483 \text{ км/с}.$$

197. Абсолютная звездная величина звезды спектрального класса А на главной последовательности $M \approx 0^m$. Следовательно, видимая звездная величина составит

$$m = M - 5 + 5\lg 20 \approx 1{,}5^m.$$

198. Если ослабления, выраженные в звездных величинах, обозначить через A_B и A_V (для соответствующих диапазонов), то искомый показатель цвета будет

$$(B - V)_0 = B_0 - V_0 = (B - A_B) - (V - A_V) =$$

$$= (B - 2{,}5\lg\alpha_B) - (V - 2{,}5\lg\alpha_V) =$$

$$= (B - V) - 2{,}5(\lg\alpha_B - \lg\alpha_V) \approx 0{,}22 - 2{,}5(0{,}4 - 0{,}3) \approx -0{,}03.$$

Это звезда класса А с температурой около 10000 К.

Приложение к журналу «Квант» № 4/98

ОЛИМПИАДЫ
ПО АСТРОНОМИИ И КОСМИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Под редакцией *В.Г.Сурдина*

Составитель *М.Г.Гаврилов*

Редактор *В.А.Тихомирова*
Литературный редактор *Л.В.Кардасевич*
Технический редактор *Е.В.Морозова*
Компьютерная группа
Е.А.Митченко, Л.В.Осипова

ИБ № 32

Формат 84×108 1/32. Бум. офс. нейтр. Гарнитура кудряшевская.
Печать офсетная. Усл. печ. л. 6,72.
Заказ 3969.

117296 Москва, Ленинский пр., 64-А,
«Квант»

Отпечатано на Ордена Трудового Красного Знамени
Чеховском полиграфическом комбинате
Комитета Российской Федерации по печати
142300 г.Чехов Московской области
Тел. (272) 71-336, факс (272) 62-536